Die

allgemeinen Störungen erster Ordnung des Kometen 1889^{V}, 1896^{VI}, 1903^{V} (Brooks) durch den Saturn.

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

genehmigt

von der philosophischen Fakultät

der

Friedrich-Wilhelms-Universität
zu Berlin.

Von

Johannes Wendt
aus Danzig.

Tag der Promotion: 29. Februar 1908.

Die

allgemeinen Störungen erster Ordnung des Kometen 1889^{V}, 1896^{VI}, 1903^{V} (Brooks) durch den Saturn.

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

genehmigt

von der philosophischen Fakultät

der

Friedrich-Wilhelms-Universität
zu Berlin.

ACAD.
LUGD BAT.
BIBL.

Von

Johannes Wendt
aus Danzig.

Tag der Promotion: 29. Februar 1908.

Referenten:

Professor Dr. Bauschinger.

Professor Dr. Struve.

Pierersche Hofbuchdruckerei Stephan Geibel & Co. in Altenburg.

Meinem Onkel

Professor Johannes Leitzen in Braunschweig

in Verehrung und Dankbarkeit gewidmet.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41548904_0054

§ 1. Grundlagen der Untersuchung.

Während die allgemeinen Störungen von kleinen Planeten mehrfach berechnet sind und bereits eine ansehnliche Literatur aufweisen, bieten von den Himmelskörpern, die in stark exzentrischen Bahnen die Sonne umkreisen, das einzige vollständig durchgeführte Beispiel einer solchen Rechnung die Saturnstörungen des Enckeschen Kometen, die Hansen in seiner im Jahre 1843 erschienenen Abhandlung „Ermittelung der absoluten Störungen in Ellipsen von beliebiger Exzentrizität und Neigung" entwickelt hat. Später haben Backlund und Gyldén ihr Interesse diesem Gegenstande zugewandt und ebenfalls die Störungsfunktion des Enckeschen Kometen nach anderen Methoden behandelt; doch sind auch sie zu einer wesentlichen Vereinfachung der umfangreichen Rechnungen nicht gelangt.

Im Falle des Enckeschen Kometen erreichen die Störungen durch den Saturn infolge der nicht sehr beträchtlich werdenden gegenseitigen Annäherung beider Himmelskörper keine besonders großen Beträge; es liegt daher nahe, zu ermitteln, wie sich die Rechnung in einem weniger günstigen Falle gestaltet. Als hierfür geeignetes Beispiel wurde der von Herrn Professor Bauschinger eingehend untersuchte und in mehrfacher Hinsicht Interesse bietende Komet Brooks vom Jahre 1889 gewählt, dessen Wiederkehr in den Jahren 1896 und 1903 eine genaue Bahnbestimmung ermöglichte und dessen allgemeine Störungen durch den Saturn im folgenden behandelt werden sollen. Obwohl die Durchführung der Rechnung von vornherein keine besondere Schwierigkeit erwarten ließ, stellte sich doch im Laufe der Entwickelung die Konvergenz des angewandten Verfahrens, insbesondere infolge Auftretens eines kleinen Integrationsdivisors, als so ungünstig heraus, daß von dem bei solchen Rechnungen im allgemeinen üblichen Genauigkeitsgrade abgesehen werden mußte und die Hauptstörungsglieder nur bis auf höchstens eine Bogensekunde genau, die übrigen dagegen bis zu einem Zehntel derselben berechnet werden konnten.

Als Ausgangspunkt der Untersuchung dienten die von Herrn Professor Bauschinger gefundenen, in den „Veröffentlichungen des Berliner Astronomischen Recheninstituts" Nr. 8, pag. 52 publizierten Elemente des Kometen für die Oskulationsepoche 1896, Oktober 11.5.

Die Elemente des Saturn wurden entnommen aus Leverriers Pariser Annalen Bd. XII und unter Berücksichtigung der Säkularstörungen sowie der Störungen langer Periode auf die Ekliptik und das Äquinoktium von 1900.0 reduziert:

Komet Brooks		Saturn	
$M_0 = 356^\circ 42' 36''\cdot 9$	(1896 Okt. 11.5 M. Z. B.)	$L_0' = 265^\circ 58' 43''\cdot 4$	(1900 Jan. 0.0 M. Z. B.)
$\omega = 343^\circ 47' 57''\cdot 7$		$\pi' = 91^\circ 34' 0''\cdot 1$	
$\Omega = 18^\circ 4' 18''\cdot 3$	Ekl. u. Äquin. 1900.0	$\Omega' = 112^\circ 47' 2''\cdot 6$	Ekl. u. Äquin. 1900.0.
$i = 6^\circ 3' 34''\cdot 3$		$i' = 2^\circ 29' 32''\cdot 8$	
$\varphi = 27^\circ 59' 59''\cdot 6$	$e = 0.469\ 4699$	$\varphi' = 3^\circ 6' 59''\cdot 7$	$e' = 0.054\ 3677$
$\mu = 499''\cdot 97\,365$	$\log a = 0.567\ 3730.$	$\mu' = 120''\cdot 49\,378$	$\log a' = 0.979\ 4027.$

Die Masse des Saturn wurde nach Bessel mit $\frac{1}{3501\cdot 6}$ angenommen.

§ 2. Entwickelung der Differentialquotienten der Störungsfunktion nach den in der Bahnebene des Kometen liegenden rechtwinkligen Koordinaten.

Die Entwickelung der Differentialquotienten der Störungsfunktion wurde nach dem Verfahren durchgeführt, das Hansen in seiner oben zitierten Abhandlung auseinandergesetzt hat und dessen wesentlicher Vorteil in der Einführung der exzentrischen Anomalie des gestörten Körpers sowie in der gänzlichen Vermeidung unendlicher, nach Potenzen der Exzentrizität und Neigung der Kometenbahn fortschreitender Reihen besteht. Die Konvergenz der Störungsfunktion beruht vielmehr auf der Entwickelung nach Potenzen des Verhältnisses der Radien-Vektoren beider Himmelskörper und stellt sich in folgender Form dar:

$$\Omega = \frac{m'}{1+m}\left\{\frac{1}{r'} + \frac{r^2}{r'^3}\,U_2 + \frac{r^3}{r'^4}\,U_3 + \frac{r^4}{r'^5}\,U_4 + \ldots\ldots\right\},$$

wo U eine Funktion der Größe

$$H = A\,\cos f + B\,\sin f$$

ist, die geometrisch den Cosinus des Winkels zwischen den beiden Radien-Vektoren darstellt. Es bedeutet f die wahre Anomalie des gestörten Kometen, während für A und B die Ausdrücke

$$A = \cos^2\frac{J}{2}\cos(f' - 2K) + \sin^2\frac{J}{2}\cos(f' + 2N) \qquad B = \cos^2\frac{J}{2}\sin(f' - 2K) - \sin^2\frac{J}{2}\sin(f' + 2N)$$

Geltung haben. Die in diesen Relationen vorkommende gegenseitige Neigung der beiden Bahnebenen J sowie die Größen $2K$ und $2N$ ergeben sich leicht durch Auflösung des Knotendreiecks. Nennt man nämlich $N+K$ bzw. $N-K$ die Abstände der Perihelien der Kometen- bzw. Planetenbahn von dem aufsteigenden gegenseitigen Knoten ihrer Bahnebenen, ferner Φ und Ψ die Abstände der Knoten beider Bahnen bezüglich der Fundamentalebene von demselben gegenseitigen Knoten, so ergeben zunächst die Gaußschen Gleichungen

$$\sin\tfrac{1}{2}J\sin\tfrac{1}{2}(\Psi+\Phi) = \sin\tfrac{1}{2}(\Omega-\Omega')\sin\tfrac{1}{2}(i+i') \qquad \cos\tfrac{1}{2}J\sin\tfrac{1}{2}(\Psi-\Phi) = \sin\tfrac{1}{2}(\Omega-\Omega')\cos\tfrac{1}{2}(i+i')$$
$$\sin\tfrac{1}{2}J\cos\tfrac{1}{2}(\Psi+\Phi) = \cos\tfrac{1}{2}(\Omega-\Omega')\sin\tfrac{1}{2}(i-i') \qquad \cos\tfrac{1}{2}J\cos\tfrac{1}{2}(\Psi-\Phi) = \cos\tfrac{1}{2}(\Omega-\Omega')\cos\tfrac{1}{2}(i-i')$$

die Werte für J, Ψ und Φ. Dann hat man ohne weiteres

$$2N = \omega + \omega' - (\Psi+\Phi) \qquad 2K = \omega - \omega' + (\Psi-\Phi),$$

wo ω und ω' die Abstände der Perihelien beider Himmelskörper vom aufsteigenden Knoten ihrer Bahn bezüglich der Fundamentalebene bedeuten.

Im vorliegenden Falle finden sich durch die numerische Ausrechnung

$$J = 6^0\,44'\,13''\cdot 6 \qquad 2N = 100^0\,31'\,30''\cdot 6 \qquad 2K = 270^0\,26'\,9''\cdot 4.$$

Werden nun die Größen A und B, von denen die Entwickelung der Störungsfunktion wesentlich abhängt, auf die Form gebracht

$$A = l\cos(f' - L) \qquad B = l'\sin(f' - L'),$$

so ergeben sich mit Hilfe der Gleichungen

$$l\sin L = \cos^2\tfrac{1}{2}J\sin 2K - \sin^2\tfrac{1}{2}J\sin 2N \qquad l'\sin L' = \cos^2\tfrac{1}{2}J\sin 2K + \sin^2\tfrac{1}{2}J\sin 2N$$
$$l\cos L = \cos^2\tfrac{1}{2}J\cos 2K + \sin^2\tfrac{1}{2}J\cos 2N \qquad l'\cos L' = \cos^2\tfrac{1}{2}J\cos 2K - \sin^2\tfrac{1}{2}J\cos 2N$$

die Werte

$$\log l = 9.999\ 9769 \qquad L = 269^0\,31'\,45''\cdot 8$$
$$\log l' = 9.997\ 0141 \qquad L' = 269^0\,35'\,56''\cdot 2.$$

Eine Kontrolle bietet sich durch die Bedingungsgleichung

$$\sqrt{l^2 + l'^2 - 1} = \cos J.$$

Nach diesen vorbereitenden Rechnungen kann zunächst die Entwickelung der Differentialquotienten der Störungsfunktion nach den beiden in der Bahnebene des Kometen liegenden Koordinaten in Angriff genommen werden.

Dieselben werden dargestellt in der Form:

$$\frac{a}{\sqrt{1-e^2}}\left(\frac{d\Omega}{dx}\right) = \Sigma (1-e^2)^{\frac{l}{2}}\, k\, U_{k-1,l} \cdot C_{k,l}$$

$$\frac{a}{\sqrt{1-e^2}}\left(\frac{d\Omega}{dy}\right) = \Sigma (1-e^2)^{\frac{l-1}{2}}\, l\, U_{k,l-1} \cdot C_{k,l},$$

wo k und l positive ganze Zahlen sind. In diesen Ausdrücken ist ferner $U_{k,l}$ eine später zu entwickelnde Funktion der Exzentrizität sowie der exzentrischen Anomalie des gestörten Kometen, während $C_{k,l}$ die Gestalt hat:

$$C_{k,l} = \frac{m'}{1+m}\,\frac{1}{\sqrt{1-e^2}}\left(\frac{a}{a'}\right)^{k+l+1}\left(\frac{a'}{r'}\right)^{k+l+1} \cdot D_{k,l}.$$

Zunächst müssen die $D_{k,l}$-Funktionen entwickelt werden, deren Beziehung zu den bereits erwähnten Größen

$$A = l\cos(f'-L) \quad \text{und} \quad B = l'\sin(f'-L)$$

durch eine endliche Reihenentwickelung gegeben ist.

Da Hansen das spezielle Abhängigkeitsverhältnis der $D_{k,l}$-Funktionen von A und B nur bis zu den Werten von $k+l=6$ angegeben hat, führe ich im folgenden die bei der Berechnung der Saturnstörungen des Brooksschen Kometen außerdem notwendigen Ausdrücke bis zu $k+l=12$ an:

$$D_{7,0} = \frac{429}{16}A^7 - \frac{693}{16}A^5 + \frac{315}{16}A^3 - \frac{35}{16}A,$$

$$D_{6,1} = \frac{3003}{16}A^6 B - \frac{3465}{16}A^4 B + \frac{945}{16}A^2 B - \frac{35}{16}B,$$

$$D_{5,2} = \frac{9009}{16}A^5 B^2 - \frac{693}{16}A^5 - \frac{3465}{8}A^3 B^2 + \frac{315}{8}A^3 + \frac{945}{16}A B^2 - \frac{105}{16}A,$$

$$D_{4,3} = \frac{15015}{16}A^4 B^3 - \frac{3465}{16}A^4 B - \frac{3465}{8}A^2 B^3 + \frac{945}{8}A^2 B + \frac{315}{16}B^3 - \frac{105}{16}B,$$

$$D_{3,4} = \frac{15015}{16}A^3 B^4 - \frac{3465}{8}A^3 B^2 - \frac{3465}{26}A B^4 + \frac{315}{16}A^3 + \frac{945}{8}A B^2 - \frac{105}{16}A,$$

$$D_{2,5} = \frac{9009}{16}A^2 B^5 - \frac{3465}{8}A^2 B^3 - \frac{693}{16}B^5 + \frac{945}{16}A^2 B + \frac{315}{8}B^3 - \frac{105}{16}B,$$

$$D_{1,6} = \frac{3003}{16}A B^6 - \frac{3465}{16}A B^4 + \frac{945}{16}A B^2 - \frac{35}{16}A,$$

$$D_{0,7} = \frac{429}{16}B^7 - \frac{693}{16}B^5 + \frac{315}{16}B^3 - \frac{35}{16}B.$$

$$D_{8,0} = \frac{6435}{128}A^8 - \frac{3003}{32}A^6 + \frac{3465}{64}A^4 - \frac{315}{32}A^2 + \frac{35}{128},$$

$$D_{7,1} = \frac{6435}{16}A^7 B - \frac{9009}{16}A^5 B + \frac{3465}{16}A^3 B - \frac{315}{16}A B,$$

$$D_{6,2} = \frac{45045}{32}A^6 B^2 - \frac{3003}{32}A^6 - \frac{45045}{32}A^4 B^2 + \frac{3465}{32}A^4 + \frac{10395}{32}A^2 B^2 - \frac{945}{32}B^2 - \frac{315}{32}A^2 + \frac{35}{32},$$

$$D_{5,3} = \frac{45045}{16}A^5 B^3 - \frac{9009}{16}A^5 B - \frac{15015}{8}A^3 B^3 + \frac{3465}{8}A^3 B + \frac{3465}{16}A B^3 - \frac{945}{16}A B,$$

$$D_{4,4} = \frac{225225}{64}A^4 B^4 - \frac{45045}{32}A^4 B^2 - \frac{45045}{32}A^2 B^4 + \frac{3465}{64}A^4 + \frac{10395}{16}A^2 B^2 + \frac{3465}{64}B^4 - \frac{945}{32}A^2 - \frac{945}{32}B^2 + \frac{105}{64},$$

$$D_{3,5} = \frac{45045}{16}A^3 B^5 - \frac{15015}{8}A^3 B^3 - \frac{9009}{16}A B^5 + \frac{3465}{16}A^3 B + \frac{3465}{8}A B^3 - \frac{945}{16}A B,$$

$$D_{2,6} = \frac{45\,045}{32} A^2 B^6 - \frac{45\,045}{32} A^2 B^4 - \frac{3003}{32} B^6 + \frac{10\,395}{32} A^2 B^2 + \frac{3465}{32} B^4 - \frac{315}{32} A^2 - \frac{945}{32} B^2 + \frac{35}{32},$$

$$D_{1,7} = \frac{6435}{16} A B^7 - \frac{9009}{16} A B^5 + \frac{3465}{16} A B^3 - \frac{315}{16} A B,$$

$$D_{0,8} = \frac{6435}{128} B^8 - \frac{3003}{32} B^6 + \frac{3465}{64} B^4 - \frac{315}{32} B^2 + \frac{35}{128}.$$

$$D_{9,0} = \frac{12\,155}{128} A^9 - \frac{6435}{32} A^7 + \frac{9009}{64} A^5 - \frac{1155}{32} A^3 + \frac{315}{128} A,$$

$$D_{8,1} = \frac{109\,395}{128} A^8 B - \frac{45\,045}{32} A^6 B + \frac{45\,045}{64} A^4 B - \frac{3465}{32} A^2 B + \frac{315}{128} B,$$

$$D_{7,2} = \frac{109\,395}{32} A^7 B^2 - \frac{6435}{32} A^7 - \frac{135\,135}{32} A^5 B^2 + \frac{9009}{32} A^5 + \frac{45\,045}{32} A^3 B^2 - \frac{3465}{32} A^3 - \frac{3465}{32} A B^2 + \frac{315}{32} A,$$

$$D_{6,3} = \frac{255\,255}{32} A^6 B^3 - \frac{45\,045}{32} A^6 B - \frac{225\,225}{32} A^4 B^3 + \frac{45\,045}{32} A^4 B + \frac{45\,045}{32} A^2 B^3 - \frac{10\,395}{32} A^2 B - \frac{1155}{32} B^3 + \frac{315}{32} B,$$

$$D_{5,4} = \frac{765\,765}{64} A^5 B^4 - \frac{135\,135}{32} A^5 B^2 - \frac{225\,225}{32} A^3 B^4 + \frac{9009}{64} A^5 + \frac{45\,045}{16} A^3 B^2 + \frac{45\,045}{64} A B^4 - \frac{3465}{32} A^3 - \frac{10\,395}{32} A B^2 + \frac{945}{64} A,$$

$$D_{4,5} = \frac{765\,765}{64} A^4 B^5 - \frac{225\,225}{32} A^4 B^3 - \frac{135\,135}{32} A^2 B^5 + \frac{45\,045}{64} A^4 B + \frac{45\,045}{16} A^2 B^3 + \frac{9009}{64} B^5 - \frac{10\,395}{32} A^2 B - \frac{3465}{32} B^3 + \frac{945}{64} B,$$

$$D_{3,6} = \frac{255\,255}{32} A^3 B^6 - \frac{225\,225}{32} A^3 B^4 - \frac{45\,045}{32} A B^6 + \frac{45\,045}{32} A^3 B^2 + \frac{45\,045}{32} A B^4 - \frac{1155}{32} A^3 - \frac{10\,395}{32} A B^2 + \frac{315}{32} A,$$

$$D_{2,7} = \frac{109\,395}{32} A^2 B^7 - \frac{135\,135}{32} A^2 B^5 - \frac{6435}{32} B^7 + \frac{45\,045}{32} A^2 B^3 + \frac{9009}{32} B^5 - \frac{3465}{32} A^2 B - \frac{3465}{32} B^3 + \frac{315}{32} B,$$

$$D_{1,8} = \frac{109\,395}{128} A B^8 - \frac{45\,045}{32} A B^6 + \frac{45\,045}{64} A B^4 - \frac{3465}{32} A B^2 + \frac{315}{128} A,$$

$$D_{0,9} = \frac{12\,155}{128} B^9 - \frac{6435}{32} B^7 + \frac{9009}{64} B^5 - \frac{1155}{32} B^3 + \frac{315}{128} B.$$

$$D_{10,0} = \frac{46\,189}{256} A^{10} - \frac{109\,395}{256} A^8 + \frac{45\,045}{128} A^6 - \frac{15\,015}{128} A^4 + \frac{3465}{256} A^2 - \frac{63}{256},$$

$$D_{9,1} = \frac{230\,945}{128} A^9 B - \frac{109\,395}{32} A^7 B + \frac{135\,135}{64} A^5 B - \frac{15\,015}{32} A^3 B + \frac{3465}{128} A B,$$

$$D_{8,2} = \frac{2\,078\,505}{256} A^8 B^2 - \frac{109\,395}{256} A^8 - \frac{765\,765}{64} A^6 B^2 + \frac{45\,045}{64} A^6 + \frac{675\,675}{128} A^4 B^2 - \frac{45\,045}{128} A^4 - \frac{45\,045}{64} A^2 B^2 + \frac{3465}{64} A^2 + \frac{3465}{256} B^2 - \frac{315}{256},$$

$$D_{7,3} = \frac{692\,835}{32} A^7 B^3 - \frac{109\,395}{32} A^7 B - \frac{765\,765}{32} A^5 B^3 + \frac{135\,135}{32} A^5 B + \frac{225\,225}{32} A^3 B^3 - \frac{45\,045}{32} A^3 B - \frac{15\,015}{32} A B^3 + \frac{3465}{32} A B,$$

$$D_{6,4} = \frac{4\,849\,845}{128} A^6 B^4 - \frac{765\,765}{64} A^6 B^2 - \frac{3\,828\,825}{128} A^4 B^4 + \frac{45\,045}{128} A^6 + \frac{675\,675}{64} A^4 B^2 + \frac{675\,675}{128} A^2 B^4 - \frac{45\,045}{128} A^4 - \frac{135\,135}{64} A^2 B^2 - \frac{15\,015}{128} B^4 + \frac{10\,395}{128} A^2 + \frac{3465}{64} B^2 - \frac{315}{128},$$

$$D_{5,5} = \frac{2909907}{64} A^5 B^5 - \frac{765765}{32} A^5 B^3 - \frac{765765}{32} A^3 B^5 + \frac{135135}{64} A^5 B + \frac{225225}{16} A^3 B^3 + \frac{135135}{64} A B^5 - \frac{45045}{32} A^3 B - \frac{45045}{32} A B^3 + \frac{10395}{64} A B,$$

$$D_{4,6} = \frac{4849845}{128} A^4 B^6 - \frac{3828825}{128} A^4 B^4 - \frac{765765}{64} A^2 B^6 + \frac{675675}{128} A^4 B^2 + \frac{675675}{64} A^2 B^4 + \frac{45045}{128} B^6 - \frac{15015}{128} A^4 - \frac{135135}{64} A^2 B^2 - \frac{45045}{128} B^4 + \frac{3465}{64} A^2 + \frac{10395}{128} B^2 - \frac{315}{128},$$

$$D_{3,7} = \frac{692835}{32} A^3 B^7 - \frac{765765}{32} A^3 B^5 - \frac{109395}{32} A B^7 + \frac{225225}{32} A^3 B^3 + \frac{135135}{32} A B^5 - \frac{45045}{32} A B^3 - \frac{15015}{32} A^3 B + \frac{3465}{32} A B,$$

$$D_{2,8} = \frac{2078505}{256} A^2 B^8 - \frac{765765}{64} A^2 B^6 - \frac{109395}{256} B^8 + \frac{675675}{128} A^2 B^4 + \frac{45045}{64} B^6 - \frac{45045}{64} A^2 B^2 - \frac{45045}{128} B^4 + \frac{3465}{256} A^2 + \frac{3465}{64} B^2 - \frac{315}{256},$$

$$D_{1,9} = \frac{230945}{128} A B^9 - \frac{109395}{32} A B^7 + \frac{135135}{64} A B^5 - \frac{15015}{32} A B^3 + \frac{3465}{128} A B,$$

$$D_{0,10} = \frac{46189}{256} B^{10} - \frac{109395}{256} B^8 + \frac{45045}{128} B^6 - \frac{15015}{128} B^4 + \frac{3465}{256} B^2 - \frac{63}{256},$$

$$D_{11,0} = -\frac{88179}{256} A^{11} - \frac{230945}{256} A^9 + \frac{109395}{128} A^7 - \frac{45045}{128} A^5 + \frac{15015}{256} A^3 - \frac{693}{256} A,$$

$$D_{10,1} = \frac{969969}{256} A^{10} B - \frac{2078505}{256} A^8 B + \frac{765765}{128} A^6 B - \frac{225225}{128} A^4 B + \frac{45045}{256} A^2 B - \frac{693}{256} B,$$

$$D_{9,2} = \frac{4849845}{256} A^9 B^2 - \frac{230945}{256} A^9 - \frac{2078505}{64} A^7 B^2 + \frac{109395}{64} A^7 + \frac{2297295}{128} A^5 B^2 - \frac{135135}{128} A^5 - \frac{225225}{64} A^3 B^2 + \frac{15015}{64} A^3 + \frac{45045}{256} A B^2 - \frac{3465}{256} A,$$

$$D_{8,3} = \frac{14549535}{256} A^8 B^3 - \frac{2078505}{256} A^8 B - \frac{4849845}{64} A^6 B^3 - \frac{765765}{64} A^6 B + \frac{3828825}{128} A^4 B^3 - \frac{675675}{128} A^4 B - \frac{225225}{64} A^2 B^3 + \frac{45045}{64} A^2 B + \frac{15015}{256} B^3 - \frac{3465}{256} B,$$

$$D_{7,4} = \frac{14549535}{128} A^7 B^4 - \frac{2078505}{64} A^7 B^2 - \frac{14549535}{128} A^5 B^4 + \frac{109395}{128} A^7 + \frac{2297295}{64} A^5 B^2 + \frac{3223225}{128} A^3 B^4 - \frac{135135}{128} A^5 - \frac{675675}{64} A^3 B^2 - \frac{225225}{128} A B^4 + \frac{45045}{128} A^3 + \frac{45045}{64} A B^2 - \frac{3465}{128} A,$$

$$D_{6,5} = \frac{20369349}{128} A^6 B^5 - \frac{4849845}{64} A^6 B^3 - \frac{14549535}{128} A^4 B^5 + \frac{765765}{128} A^6 B + \frac{3828825}{64} A^4 B^3 + \frac{2297295}{128} A^2 B^5 - \frac{675675}{128} A^4 B - \frac{675675}{64} A^2 B^3 - \frac{45045}{128} B^5 - \frac{135135}{128} A^2 B - \frac{15015}{64} B^3 - \frac{3465}{128} B.$$

$$D_{5,6} = \frac{20369349}{128} A^5 B^6 - \frac{14549535}{128} A^5 B^4 - \frac{4849845}{64} A^3 B^6 - \frac{2297295}{128} A^5 B^2 - \frac{3223225}{64} A^3 B^4 - \frac{765765}{128} A B^6 - \frac{45045}{128} A^5 - \frac{675675}{64} A^3 B^2 - \frac{675675}{128} A B^4 - \frac{15015}{64} A^3 - \frac{135135}{128} A B^2 - \frac{3465}{128} A.$$

$$D_{4,7} = \frac{14549535}{128} A^4 B^7 - \frac{14549535}{128} A^4 B^5 - \frac{2078505}{64} A^2 B^7 + \frac{3223225}{128} A^4 B^3 + \frac{2297295}{64} A^2 B^5 + \frac{109395}{128} B^7 - \frac{225225}{128} A^4 B - \frac{675675}{64} A^2 B^3 - \frac{135135}{128} B^5 + \frac{45045}{64} A^2 B + \frac{45045}{128} B^3 - \frac{3465}{128} B,$$

$$D_{3,8} = -\frac{14549535}{256}A^3B^8 - \frac{4849845}{64}A^3B^6 - \frac{2078505}{256}AB^8 + \frac{3828825}{128}A^3B^4 + \frac{765765}{64}AB^6 - \frac{225225}{64}A^3B^2 - \frac{675675}{128}AB^4 + \frac{15015}{256}A^3 + \frac{45045}{64}AB^2 - \frac{3465}{256}A,$$

$$D_{2,9} = \frac{4849845}{256}A^2B^9 - \frac{2078505}{64}A^2B^7 - \frac{230945}{256}B^9 + \frac{2297295}{128}A^2B^5 + \frac{109395}{64}B^7 - \frac{225225}{64}A^2B^3 - \frac{135135}{128}B^5 + \frac{45045}{256}A^2B + \frac{15015}{64}B^3 - \frac{3465}{256}B,$$

$$D_{1,10} = \frac{969969}{256}AB^{10} - \frac{2078505}{256}AB^8 + \frac{765765}{128}AB^6 - \frac{225225}{128}AB^4 + \frac{45045}{256}AB^2 - \frac{693}{256}A,$$

$$D_{0,11} = \frac{88179}{256}B^{11} - \frac{230945}{256}B^9 + \frac{109395}{128}B^7 - \frac{45045}{128}B^5 + \frac{15015}{256}B^3 - \frac{693}{256}B.$$

$$D_{12,0} = \frac{676039}{1024}A^{12} - \frac{969969}{512}A^{10} + \frac{2078505}{1024}A^8 - \frac{255255}{256}A^6 + \frac{225225}{1024}A^4 - \frac{9009}{512}A^2 + \frac{231}{1024},$$

$$D_{11,1} = \frac{2028117}{256}A^{11}B - \frac{4849845}{256}A^9B + \frac{2078505}{128}A^7B - \frac{765765}{128}A^5B + \frac{225225}{256}A^3B - \frac{9009}{256}AB,$$

$$D_{10,2} = \frac{22309287}{512}A^{10}B^2 - \frac{969969}{512}A^{10} - \frac{43648605}{512}A^8B^2 + \frac{2078505}{512}A^8 + \frac{14549535}{256}A^6B^2 - \frac{765765}{256}A^6 - \frac{3828825}{256}A^4B^2 + \frac{225225}{256}A^4 + \frac{675675}{512}A^2B^2 - \frac{45045}{512}A^2 - \frac{9009}{512}B^2 + \frac{693}{512},$$

$$D_{9,3} = \frac{37182145}{256}A^9B^3 - \frac{4849845}{256}A^9B - \frac{14549535}{64}A^7B^3 + \frac{2078505}{64}A^7B + \frac{14549535}{128}A^5B^3 - \frac{2297295}{128}A^5B - \frac{1276275}{64}A^3B^3 + \frac{225225}{64}A^3B + \frac{225225}{256}AB^3 - \frac{45045}{128}AB,$$

$$D_{8,4} = \frac{334639305}{1024}A^8B^4 - \frac{43648605}{512}A^8B^2 - \frac{101846745}{256}A^6B^4 + \frac{2078505}{1024}A^8 + \frac{14549535}{128}A^6B^2 + \frac{72747675}{512}A^4B^4 - \frac{765765}{256}A^6 - \frac{11486475}{256}A^4B^2 - \frac{3828825}{256}A^2B^4 + \frac{675675}{512}A^4 + \frac{675675}{128}A^2B^2 + \frac{225225}{1024}B^4 - \frac{45045}{256}A^2 - \frac{45045}{512}B^2 + \frac{3465}{1024},$$

$$D_{7,5} = \frac{66927861}{128}A^7B^5 - \frac{14549535}{64}A^7B^3 - \frac{61108047}{128}A^5B^5 + \frac{2078505}{128}A^7B + \frac{14549535}{64}A^5B^3 + \frac{14549535}{128}A^3B^5 - \frac{2297295}{128}A^5B - \frac{3828825}{64}A^3B^3 - \frac{765765}{128}AB^5 + \frac{675675}{128}A^3B + \frac{225225}{64}AB^3 - \frac{45045}{128}AB,$$

$$D_{6,6} = \frac{156165009}{256}A^6B^6 - \frac{101846745}{256}A^6B^4 - \frac{101846745}{256}A^4B^6 + \frac{14549535}{256}A^6B^2 + \frac{72747675}{256}A^4B^4 + \frac{14549535}{256}A^2B^6 - \frac{255255}{256}A^6 - \frac{11486475}{256}A^4B^2 - \frac{11486475}{256}A^2B^4 - \frac{255255}{256}B^6 + \frac{225225}{256}A^4 + \frac{2027025}{256}A^2B^2 + \frac{225225}{256}B^4 - \frac{45045}{256}A^2 - \frac{45045}{256}B^2 + \frac{1155}{256},$$

$$D_{5,7} = \frac{66927861}{128}A^5B^7 - \frac{61108047}{128}A^5B^5 - \frac{14549535}{64}A^3B^7 + \frac{14549535}{128}A^5B^3 + \frac{14549535}{64}A^3B^5 + \frac{2078505}{128}AB^7 - \frac{765765}{128}A^5B - \frac{3828825}{64}A^3B^3 - \frac{2297295}{128}AB^5 + \frac{225225}{64}A^3B + \frac{675675}{128}AB^3 - \frac{45045}{128}AB,$$

$$D_{4,8} = \frac{334\,639\,305}{1024} A^4 B^8 - \frac{101\,846\,745}{256} A^4 B^6 - \frac{43\,648\,605}{512} A^2 B^8 + \frac{72\,747\,675}{512} A^4 B^4 - \frac{14\,549\,535}{128} A^2 B^6$$
$$+ \frac{2\,078\,505}{1024} B^8 - \frac{3\,828\,825}{256} A^4 B^2 - \frac{11\,486\,475}{256} A^2 B^4 - \frac{765\,765}{256} B^6 + \frac{225\,225}{1024} A^4$$
$$+ \frac{675\,675}{128} A^2 B^2 + \frac{675\,675}{512} B^4 - \frac{45\,045}{512} A^2 - \frac{45\,045}{256} B^2 + \frac{3465}{1024},$$

$$D_{3,9} = \frac{37\,182\,145}{256} A^3 B^9 - \frac{14\,549\,535}{64} A^3 B^7 - \frac{4\,849\,845}{256} A B^9 + \frac{14\,549\,535}{128} A^3 B^5 + \frac{2\,078\,505}{64} A B^7 - \frac{1\,276\,275}{64} A^3 B^3$$
$$- \frac{2\,297\,295}{128} A B^5 + \frac{225\,225}{256} A^3 B + \frac{225\,225}{64} A B^3 - \frac{45\,045}{256} A B.$$

$$D_{2,10} = \frac{22\,309\,287}{512} A^2 B^{10} - \frac{43\,648\,605}{512} A^2 B^8 - \frac{969\,969}{512} B^{10} + \frac{14\,549\,535}{256} A^2 B^6 + \frac{2\,078\,505}{512} B^8 - \frac{3\,828\,825}{256} A^2 B^4$$
$$- \frac{765\,765}{256} B^6 + \frac{675\,675}{512} A^2 B^2 + \frac{225\,225}{256} B^4 - \frac{9009}{512} A^2 - \frac{45\,045}{512} B^2 + \frac{693}{512},$$

$$D_{1,11} = \frac{2\,028\,117}{256} A B^{11} - \frac{4\,849\,845}{256} A B^9 + \frac{2\,078\,505}{128} A B^7 - \frac{765\,765}{128} A B^5 + \frac{225\,225}{256} A B^3 - \frac{9009}{256} A B.$$

$$D_{0,12} = \frac{676\,039}{1024} B^{12} - \frac{969\,969}{512} B^{10} + \frac{2\,078\,505}{1024} B^8 - \frac{255\,255}{256} B^6 + \frac{225\,225}{1024} B^4 - \frac{9009}{512} B^2 + \frac{231}{1024}.$$

Die für die weitere Entwickelung erforderliche Darstellung der $D_{k,l}$-Funktionen nach Vielfachen der Sinus und Cosinus der wahren Anomalie des störenden Planeten geschieht am zweckmäßigsten durch Anwendung der mechanischen Quadratur. Zu diesem Zwecke mußten eine Anzahl spezieller Werte von A und B berechnet werden, und zwar erwies es sich als notwendig, eine Teilung des ganzen, 360° umfassenden Intervalls in 24 Teile vorzunehmen; es waren also die Ausdrücke für A und B zu berechnen, die den Werten $f' = 0°$, $f' = 15°$, $f' = 30°$ usw. bis $f' = 165°$ entsprechen. Die Eigentümlichkeit der Zusammensetzung der $D_{k,l}$-Funktionen macht eine Berechnung von speziellen Werten auch für den andern Halbkreis überflüssig, da bei der Teilung des ganzen Kreisintervalls in 2 m Teile die Beziehungen

$$D^0_{k,l} = \pm D^m_{k,l}; \quad D^1_{k,l} = \pm D^{m+1}_{k,l} \text{ usw.}$$

gelten, wo, je nachdem $k+l$ gerade oder ungerade ist, das obere oder untere Vorzeichen Verwendung finden muß. Infolge des Umstandes, daß die $D_{k,l}$-Funktionen geschlossene Ausdrücke sind und deshalb bei einer größeren Zahl von Teilungspunkten als jeweilig notwendig wären, einige Koeffizienten Null werden müssen, ergibt sich als weiterer Vorteil eine sehr wirksame Kontrolle.

Werden die zu berechnenden speziellen Werte von A und B mit Y_0, Y_1 usw. bis Y_{11} bezeichnet, so finde ich bei der Teilung des Umkreises in 24 Teile folgendes Schema zur Berechnung der Koeffizienten in der verlangten Reihenentwickelung:

$k + l$ gerade.

Wird zur Abkürzung gesetzt:

$Y_0 + Y_6 = (0,6)$	$Y_0 - Y_6 = \left(\frac{0}{6}\right)$	$(2,8) + (4,10) = (2,10)$
$Y_1 + Y_7 = (1,7)$	$Y_1 - Y_7 = \left(\frac{1}{7}\right)$	$(1,7) + (5,11) = (1,11),$
$Y_2 + Y_8 = (2,8)$	$Y_2 - Y_8 = \left(\frac{2}{8}\right)$	
$Y_3 + Y_9 = (3,9)$	$Y_3 - Y_9 = \left(\frac{3}{9}\right)$	
$Y_4 + Y_{10} = (4,10)$	$Y_4 - Y_{10} = \left(\frac{4}{10}\right)$	
$Y_5 + Y_{11} = (5,11)$	$Y_5 - Y_{11} = \left(\frac{5}{11}\right)$	

so finden sich die einzelnen Koeffizienten c_i und s_i aus den Beziehungen:

$$6\,(c_0 + c_{12}) = (0,6) + (2,10)$$
$$6\,(c_0 - c_{12}) = (1,11) + (3,9)$$
$$3\,(c_2 + c_{10}) = \left(\frac{0}{6}\right) + \left\{\left(\frac{2}{8}\right) - \left(\frac{4}{10}\right)\right\} \sin 30^0 \qquad 3\,(s_2 + s_{10}) = \left\{\left(\frac{1}{7}\right) + \left(\frac{5}{11}\right)\right\} \sin 30^0 + \left(\frac{3}{9}\right)$$
$$3\,(c_2 - c_{10}) = \left\{\left(\frac{1}{7}\right) - \left(\frac{5}{11}\right)\right\} \cos 30^0 \qquad 3\,(s_2 - s_{10}) = \left\{\left(\frac{2}{8}\right) + \left(\frac{4}{10}\right)\right\} \cos 30^0$$
$$3\,(c_4 + c_8) = (0,6) - (2,10) \sin 30^0 \qquad 3\,(s_4 + s_8) = \{(1,7) - (5,11)\} \cos 30^0$$
$$3\,(c_4 - c_8) = (1,11) \sin 30^0 - (3,9) \qquad 3\,(s_4 - s_8) = \{(2,8) - (4,10)\} \cos 30^0$$
$$6\,c_6 = \left(\frac{0}{6}\right) - \left(\frac{2}{8}\right) + \left(\frac{4}{10}\right) \qquad 6\,s_6 = \left(\frac{1}{7}\right) - \left(\frac{3}{9}\right) + \left(\frac{5}{11}\right).$$

$k + l$ ungerade.

$$Y_1 + Y_{11} = (1,11) \qquad Y_1 - Y_{11} = \left(\frac{1}{11}\right)$$
$$Y_2 + Y_{10} = (2,10) \qquad Y_2 - Y_{10} = \left(\frac{2}{10}\right)$$
$$Y_3 + Y_9 = (3,9) \qquad Y_3 - Y_9 = \left(\frac{3}{9}\right)$$
$$Y_4 + Y_8 = (4,8) \qquad Y_4 - Y_8 = \left(\frac{4}{8}\right)$$
$$Y_5 + Y_7 = (5,7) \qquad Y_5 - Y_7 = \left(\frac{5}{7}\right)$$

$$3\,(c_1 + c_{11}) = Y_0 + \left(\frac{2}{10}\right) \cos 30^0 + \left(\frac{4}{8}\right) \sin 30^0 \qquad 3\,(s_1 + s_{11}) = (1,11) \sin 15^0 + (3,9) \cos 45^0 + (5,7) \cos 15^0$$
$$3\,(c_1 - c_{11}) = \left(\frac{1}{11}\right) \cos 15^0 + \left(\frac{3}{9}\right) \cos 45^0 + \left(\frac{5}{7}\right) \sin 15^0 \qquad 3\,(s_1 - s_{11}) = (2,10) \sin 30^0 + (4,8) \cos 30^0 + Y_6$$
$$3\,(c_3 + c_9) = Y_0 - \left(\frac{4}{8}\right) \qquad 3\,(s_3 + s_9) = \{(1,11) - (5,7)\} \cos 45^0 + (3,9) \cos 45^0$$
$$3\,(c_3 - c_9) = \left\{\left(\frac{1}{11}\right) - \left(\frac{5}{7}\right)\right\} \cos 45^0 - \left(\frac{3}{9}\right) \cos 45^0 \qquad 3\,(s_3 - s_9) = (2,10) - Y_6$$
$$3\,(c_5 + c_7) = Y_0 - \left(\frac{2}{10}\right) \cos 30^0 + \left(\frac{4}{8}\right) \sin 30^0 \qquad 3\,(s_5 + s_7) = (1,11) \cos 15^0 - (3,9) \cos 45^0 + (5,7) \sin 15^0$$
$$3\,(c_5 - c_7) = \left(\frac{1}{11}\right) \sin 15^0 - \left(\frac{3}{9}\right) \cos 45^0 + \left(\frac{5}{7}\right) \cos 15^0 \qquad 3\,(s_5 - s_7) = (2,10) \sin 30^0 - (4,8) \cos 30^0 + Y_6.$$

Die den 12 Werten von f' entsprechenden Zahlen für $\log A$ und $\log B$ sind:

f'	$\log A$	$\log B$
0°	7.9 145 116 n	9.9 970 035
15°	9.4 260 717 n	9 9 811 319
30°	9.7 050 673 n	9.9 327 754
45°	9.8 529 999 n	9.8 434 378
60°	9.9 395 476 n	9.6 906 758
75°	9.9 858 608 n	9.3 985 034
90°	9.9 999 622 n	7.8 420 924 n
105°	9.9 839 492 n	9.4 211 994 n
120°	9.9 354 284 n	9.7 012 072 n
135°	9.8 458 655 n	9.8 495 179 n
150°	9.6 927 092 n	9.9 362 857 n
165°	9.3 994 371 n	9.9 827 611 n

und hiermit ließ sich die folgende Tabelle der $D_{k,l}$-Koeffizienten ermitteln:

$D_{k,l}$

k, l	cos $0f'$	cos $2f'$ / sin $2f'$	cos $4f'$ / sin $4f'$	cos $6f'$ / sin $6f'$	cos $8f'$ / sin $8f'$
2,0	+ 0.24 992	— 0.74 982			
		+ 0.01 232			
1,1	— 0.00 181	— 0.02 266			
		— 1.48 947			
0,2	+ 0.23 976	+ 0.73 968			
		— 0.01 036			
4,0	+ 0.14 048	— 0.31 220	+ 0.54 647		
		+ 0.00 513	— 0.01 796		
3,1	— 0.00 339	— 0.00 416	+ 0.06 872		
		— 0.62 025	+ 2.17 108		
2,2	+ 0.26 191	+ 0.02 557	— 3.23 460		
		+ 0.01 080	+ 0.09 845		
1,3	— 0.00 327	— 0.01 373	— 0.06 258		
		— 0.56 120	— 2.14 179		
0,4	+ 0.12 171	+ 0.27 872	+ 0.53 183		
		— 0.00 391	— 0.01 490		
6,0	+ 0.09 743	— 0.20 462	+ 0.24 561	— 0.45 048	
		+ 0.00 335	— 0.00 806	+ 0.02 221	
5,1	— 0.00 493	+ 0.00 270	+ 0.02 435	— 0.12 914	
		— 0.40 659	+ 0.97 605	— 2.68 466	
4,2	+ 0.26 454	— 0.15 711	— 1.24 572	+ 6.66 637	
		+ 0.02 074	+ 0.01 150	— 0.31 258	
3,3	— 0.00 948	— 0.01 119	+ 0.03 675	+ 0.40 322	
		— 0.71 378	— 0.13 364	+ 8.82 856	
2,4	+ 0.23 791	+ 0.19 878	— 0.99 713	— 6.57 677	
		+ 0.01 438	+ 0.05 650	+ 0.29 238	
1,5	— 0.00 455	— 0.01 305	— 0.03 027	— 0.11 299	
		— 0.30 950	— 0.81 882	— 2.61 295	
0,6	+ 0.07 078	+ 0.15 377	+ 0.20 337	+ 0.43 256	
		— 0.00 215	— 0.00 570	— 0.01 818	
8,0	+ 0.0745	— 0.1532	+ 0.1686	— 0.2088	+ 0.3917
		+ 0.0025	— 0.0055	+ 0.0103	— 0.0258
7,1	— 0.0064	+ 0.0075	+ 0.0106	— 0.0522	+ 0.2010
		— 0.3046	+ 0.6703	— 1.2449	+ 3.1129
6,2	+ 0.2615	— 0.2395	— 0.7215	+ 2.9259	— 10.8219
		+ 0.0285	— 0.0207	— 0.0917	+ 0.6857
5,3	— 0.0184	— 0.0009	+ 0.0684	+ 0.0274	— 1.3361
		— 0.7772	+ 0.4411	+ 3.1066	— 21.4984
4,4	+ 0.3405	+ 0.0601	— 1.3688	— 0.5943	+ 26.6923
		+ 0.0457	+ 0.0441	— 0.1281	— 1.6263
3,5	— 0.0175	— 0.0216	+ 0.0303	+ 0.2068	+ 1.2664
		— 0.6484	— 0.6487	+ 2.0432	+ 21.2102
2,6	+ 0.1941	+ 0.2338	— 0.3861	— 2.2256	— 10.5338
		+ 0.0185	+ 0.0511	+ 0.1434	+ 0.6161
1,7	— 0.0055	— 0.0124	— 0.0223	— 0.0499	— 0.1712
		— 0.1757	— 0.4352	— 0.9644	— 2.9894
0,8	+ 0.0407	+ 0.0873	+ 0.1081	+ 0.1597	+ 0.3712
		— 0.0012	— 0.0030	— 0.0067	— 0.0208

k, l	cos f' / sin f'	cos $3f'$ / sin $3f'$	cos $5f'$ / sin $5f'$	cos $7f'$ / sin $7f'$	cos $9f'$ / sin $9f'$
3,0	— 0.00 308	+ 0.01 541			
	— 0.37 477	+ 0.62 472			
2,1	+ 0.37 226	— 1.86 144			
	+ 0.00 192	+ 0.04 362			
1,2	— 0.00 736	— 0.04 107			
	— 0.34 933	— 1.84 884			
0,3	+ 0.34 699	+ 0.61 211			
	— 0.00 243	— 0.01 287			
5,0	— 0.00 190	+ 0.00 667	— 0.02 016		
	— 0.23 393	+ 0.27 301	— 0.49 161		
4,1	+ 0.23 248	— 0.81 375	+ 2.44 162		
	+ 0.00 628	+ 0.01 316	— 0.09 733		
3,2	— 0.01 128	+ 0.00 557	+ 0.18 746		
	— 0.42 367	— 0.56 889	+ 4.85 033		
2,3	+ 0.42 079	— 0.44 637	— 4.81 751		
	+ 0.00 464	+ 0.02 867	+ 0.18 039		
1,4	— 0.00 911	— 0.02 156	— 0.08 668		
	— 0.19 033	— 0.70 922	— 2.39 247		
0,5	+ 0.18 917	+ 0.23 488	+ 0.47 526		
	— 0.00 132	— 0.00 491	— 0.01 661		
7,0	— 0.0014	+ 0.0045	— 0.0092	+ 0.0241	
	— 0.1704	+ 0.1841	— 0.2250	+ 0.4181	
6,1	+ 0.1694	— 0.5487	+ 1.1178	— 2.9070	
	+ 0.0099	+ 0.0031	— 0.0375	+ 0.1638	
5,2	— 0.0147	+ 0.0247	+ 0.0432	— 0.4775	
	— 0.4488	— 0.2322	+ 2.0360	— 8.6622	
4,3	+ 0.4460	— 0.7525	— 1.2873	+ 14.3399	
	+ 0.0180	+ 0.0378	— 0.0238	— 0.7730	
3,4	— 0.0241	+ 0.0005	+ 0.1002	+ 0.7504	
	— 0.3894	— 0.7966	+ 0.7307	+ 14.2433	
2,5	+ 0.3869	— 0.0820	— 1.5973	— 8.4884	
	+ 0.0073	+ 0.0299	+ 0.0948	+ 0.4369	
1,6	— 0.0109	— 0.0176	— 0.0395	— 0.1412	
	— 0.1110	— 0.3866	— 0.9016	— 2.8104	
0,7	+ 0.1103	+ 0.1280	+ 0.1791	+ 0.3988	
	— 0.0008	— 0.0027	— 0.0063	— 0.0196	
9,0	— 0.0011	+ 0.0034	— 0.0064	+ 0.0113	— 0.0274
	— 0.1339	+ 0.1403	— 0.1564	+ 0.1957	— 0.3698
8,1	+ 0.1331	— 0.4185	+ 0.7806	— 1.3638	+ 3.3054
	+ 0.0133	— 0.0034	— 0.0196	+ 0.0686	— 0.2408
7,2	— 0.0179	+ 0.0387	— 0.0068	— 0.1590	+ 0.9406
	— 0.4556	— 0.0695	+ 1.2963	— 3.9057	+ 13.1329
6,3	+ 0.4532	— 0.8958	— 0.2992	+ 5.6724	— 30.4378
	+ 0.0370	+ 0.0358	— 0.0934	— 0.1363	+ 2.1428
5,4	— 0.0446	+ 0.0446	+ 0.1229	— 0.0964	— 3.1370
	— 0.5705	— 0.7502	+ 1.5998	+ 3.5616	— 45.3502
4,5	+ 0.5672	— 0.4853	— 1.8200	+ 1.1750	+ 45.0455
	+ 0.0338	+ 0.0739	+ 0.0192	— 0.3474	— 3.0611
3,6	— 0.0402	— 0.0065	+ 0.0841	+ 0.3671	+ 1.9908
	— 0.3093	— 0.7506	— 0.2776	+ 3.8031	+ 29.8285
2,7	+ 0.3075	+ 0.0612	— 0.6895	— 2.8658	— 12.6978
	+ 0.0097	+ 0.0332	+ 0.0774	+ 0.2022	+ 0.8320
1,8	— 0.0123	— 0.0342	— 0.0019	— 0.0835	— 0.1843
	— 0.0606	— 0.2096	— 0.462	— 1.0111	— 3.1531
0,9	+ 0.0603	+ 0.0695	+ 0.0930	+ 0.1434	+ 0.3480
	— 0.0004	— 0.0015	— 0.0032	— 0.0070	— 0.0219

$D_{k,\,l}$

$k,\,l$	$\cos 0f'$	$\cos 2f'$ $\sin 2f'$	$\cos 4f'$ $\sin 4f'$	$\cos 6f'$ $\sin 6f'$	$\cos 8f'$ $\sin 8f'$	$\cos 10f'$ $\sin 10f'$
10,0	+ 0.060	— 0.110	+ 0.130	— 0.147	+ 0.185	— 0.364
		+ 0.002	— 0.004	+ 0.007	— 0.014	+ 0.029
9,1	— 0.008	+ 0.013	+ 0.002	— 0.031	+ 0.086	— 0.283
		— 0.244	+ 0.518	— 0.874	+ 1.468	— 3.487
8,2	+ 0.256	— 0.282	— 0.462	+ 1.946	— 4.966	+ 15.584
		+ 0.035	— 0.043	— 0.019	+ 0.248	— 1.245
7,3	— 0.030	+ 0.018	+ 0.082	— 0.102	— 0.326	+ 3.246
		— 0.802	+ 0.725	+ 1.536	— 9.057	+ 41.281
6,4	+ 0.429	— 0.086	— 1.479	+ 1.108	+ 8.825	— 71.757
		+ 0.088	— 0.003	— 0.228	— 0.060	+ 5.557
5,5	— 0.043	— 0.016	+ 0.124	+ 0.154	— 0.448	— 6.520
		— 0.966	— 0.278	+ 3.082	+ 2.513	— 85.530
4,6	+ 0.349	+ 0.233	— 1.046	— 1.948	+ 4.343	+ 70.797
		+ 0.077	+ 0.087	— 0.060	— 0.737	— 5.309
3,7	— 0.026	— 0.034	+ 0.026	+ 0.165	+ 0.590	+ 2.964
		— 0.493	— 0.707	+ 0.288	+ 5.995	+ 40.185
2,8	+ 0.138	+ 0.202	— 0.100	— 0.971	— 3.502	— 14.966
		+ 0.022	+ 0.052	+ 0.108	+ 0.271	+ 1.086
1,9	— 0.006	— 0.013	— 0.018	— 0.031	— 0.068	— 0.236
		— 0.089	— 0.221	— 0.474	— 1.045	— 3.304
0,10	+ 0.021	+ 0.046	+ 0.057	+ 0.081	+ 0.132	+ 0.330
		— 0.001	— 0.001	— 0.003	— 0.007	— 0.023

$D_{k,\,l}$

$k,\,l$	$\cos f'$ $\sin f'$	$\cos 3f'$ $\sin 3f'$	$\cos 5f'$ $\sin 5f'$	$\cos 7f'$ $\sin 7f'$	$\cos 9f'$ $\sin 9f'$	$\cos 11f'$ $\sin 11f'$
11,0	— 0.001	+ 0.003	— 0.005	+ 0.008	— 0.012	+ 0.030
	— 0.110	+ 0.114	— 0.122	+ 0.139	— 0.175	+ 0.335
10,1	+ 0.110	— 0.340	+ 0.607	— 0.963	+ 1.568	— 3.658
	+ 0.016	— 0.008	— 0.009	+ 0.042	— 0.106	+ 0.327
9,2	— 0.023	+ 0.047	— 0.037	— 0.063	+ 0.360	— 1.602
	— 0.458	+ 0.027	+ 0.927	— 2.667	+ 6.110	— 18.169

$D_{k,\,l}$

$k,\,l$	$\cos 0f'$	$\cos 2f'$ $\sin 2f'$	$\cos 4f'$ $\sin 4f'$	$\cos 6f'$ $\sin 6f'$	$\cos 8f'$ $\sin 8f'$	$\cos 10f'$ $\sin 10f'$	$\cos 12f'$ $\sin 12f'$
12,0	+ 0.051	— 0.102	+ 0.106	— 0.115	+ 0.132	— 0.167	+ 0.321
		+ 0.002	— 0.004	+ 0.006	— 0.009	+ 0.013	— 0.032
11,1	— 0.004	+ 0.018	— 0.010	— 0.015	+ 0.060	— 0.128	+ 0.373
		— 0.210	+ 0.423	— 0.687	+ 1.047	— 1.663	+ 3.821
10,2	+ 0.26	— 0.59	— 0.32	+ 1.46	— 3.59	+ 7.32	— 20.878
		— 0.21	— 0.33	+ 0.34	— 0.16	— 0.49	+ 2.013

Diese Aufstellung ist so zu verstehen, daß beispielsweise

$$D_{4,0} = + 0.14048 - 0.31220 \cos 2f' + 0.54647 \cos 4f' + 0.00513 \sin 2f' - 0.01796 \sin 4f' \quad \text{ist.}$$

Für die Werte $k + l = 11$ und $k + l = 12$ wäre die beschriebene Rechnungsart infolge der bereits ziemlich kompliziert werdenden Zusammensetzung der mit höheren Indizes versehenen $D_{k,l}$-Funktionen recht weitläufig gewesen, so daß ich es vorgezogen habe, in diesen Fällen die Koeffizienten analytisch auszudrücken; dabei habe ich mich auf die Berechnung der Koeffizienten beschränkt, die für den höchsten sowie den zweithöchsten Wert der Vielfachen von f' in Frage kommen. Denn diese besitzen den bei weitem größten numerischen Betrag und dürften allein einen Einfluß auf das Resultat der Rechnung haben. Lediglich für die drei ersten $D_{k,l}$-Funktionen in jeder der beiden angegebenen Gruppen war eine Berechnung sämtlicher Koeffizienten mittelst mechanischer Quadratur notwendig.

Die analytische Behandlung ergab folgende Werte der erwähnten Koeffizienten:

k, l	$\begin{matrix} c_{11} \\ s_{11} \end{matrix}$	k, l	$\begin{matrix} c_{11} \\ s_{11} \end{matrix}$
11,0	$+\frac{88179}{256}\frac{l^{11}}{2^{10}}\left\{\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\right\} 11\,L$	5,6	$-\frac{20369349}{128}\frac{l^5 l'^6}{2^{10}}\left\{\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\right\}(5\,L+6\,L')$
10,1	$\mp\frac{969969}{256}\frac{l^{10} l'}{2^{10}}\left\{\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right\}(10\,L+L')$	4,7	$\mp\frac{14549535}{128}\frac{l^4 l'^7}{2^{10}}\left\{\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right\}(4\,L+7\,L')$
9,2	$+\frac{4849845}{256}\frac{l^9 l'^2}{2^{10}}\left\{\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\right\}(9\,L+2\,L')$	3,8	$+\frac{14549535}{256}\frac{l^3 l'^8}{2^{10}}\left\{\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\right\}(3\,L+8\,L')$
8,3	$\pm\frac{14549535}{256}\frac{l^8 l'^3}{2^{10}}\left\{\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right\}(8\,L+3\,L')$	2,9	$\mp\frac{4849845}{256}\frac{l^2 l'^9}{2^{10}}\left\{\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right\}(2\,L+9\,L')$
7,4	$+\frac{14549535}{128}\frac{l^7 l'^4}{2^{10}}\left\{\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\right\}(7\,L+4\,L')$	1,10	$-\frac{969969}{256}\frac{l\,l'^{10}}{2^{10}}\left\{\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\right\}(L+10\,L')$
6,5	$\mp\frac{20369349}{128}\frac{l^6 l'^5}{2^{10}}\left\{\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right\}(6\,L+5\,L')$	0,11	$\pm\frac{88179}{256}\frac{l'^{11}}{2^{10}}\left\{\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right\} 11\,L'$

k, l	$\begin{matrix} c_9 \\ s_9 \end{matrix}$
11,0	$+\frac{88179}{256}\frac{l^{11}}{2^{10}}\cdot 11\left\{\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\right\} 9\,L-\frac{230945}{256}\frac{l^9}{2^8}\left\{\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\right\} 9\,L$
10,1	$\pm\frac{969969}{256}\frac{l^{10} l'}{2^{10}}\left\{\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right\}(10\,L-L')\mp\frac{969969}{256}\frac{l^{10} l'}{2^{10}}\cdot 10\left\{\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right\}(8\,L+L')\pm\frac{2078505}{256}\frac{l^8 l'}{2^8}\left\{\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right\}(8\,L+L')$
9,2	$+\frac{4849845}{256}\frac{l^9 l'^2}{2^{10}}\cdot 2\left\{\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\right\} 9\,L-\frac{4849845}{256}\frac{l^9 l'^2}{2^{10}}\cdot 9\left\{\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\right\}(7\,L+2\,L')-\frac{230945}{256}\frac{l^9}{2^8}\left\{\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\right\} 9\,L$ $+\frac{2078505}{64}\frac{l^7 l'^2}{2^8}\left\{\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\right\}(7\,L+2\,L')$
8,3	$\mp\frac{14549535}{256}\frac{l^8 l'^3}{2^{10}}\cdot 3\left\{\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right\}(8\,L+L')\mp\frac{14549535}{256}\frac{l^8 l'^3}{2^{10}}\cdot 8\left\{\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right\}(6\,L+3\,L')$ $\pm\frac{2078505}{256}\frac{l^8 l'}{2^8}\left\{\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right\}(8\,L+L')\mp\frac{4849845}{64}\frac{l^6 l'^3}{2^8}\left\{\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right\} 6\,L+3\,L')$
7.4	$-\frac{14549535}{128}\frac{l^7 l'^4}{2^{10}}\cdot 4\left\{\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\right\}(7\,L+2\,L')+\frac{14549535}{128}\frac{l^7 l'^4}{2^{10}}\cdot 7\left\{\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\right\}(5\,L+4\,L')$ $+\frac{2078505}{64}\frac{l^7 l'^2}{2^8}\left\{\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\right\}(7\,L+2\,L')-\frac{14549535}{128}\frac{l^5 l'^4}{2^8}\left\{\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\right\}(5\,L+4\,L')$
6,5	$\pm\frac{20369349}{128}\frac{l^6 l'^5}{2^{10}}\cdot 5\left\{\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right\}(6\,L+3\,L')\mp\frac{20369349}{128}\frac{l^6 l'^5}{2^{10}}\cdot 6\left\{\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right\}(4\,L+5\,L')$ $\mp\frac{4849845}{64}\frac{l^6 l'^3}{2^8}\left\{\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right\}(6\,L+3\,L')\pm\frac{14549535}{128}\frac{l^4 l'^5}{2^8}\left\{\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right\}(4\,L+5\,L')$
5,6	$+\frac{20369349}{128}\frac{l^5 l'^6}{2^{10}}\cdot 6\left\{\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\right\}(5\,L+4\,L')-\frac{20369349}{128}\frac{l^5 l'^6}{2^{10}}\cdot 5\left\{\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\right\}(3\,L+6\,L')$ $-\frac{14549535}{128}\frac{l^5 l'^4}{2^8}\left\{\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\right\}(5\,L+4\,L')+\frac{4849845}{64}\frac{l^3 l'^6}{2^8}\left\{\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\right\}(3\,L+6\,L')$
4.7	$\mp\frac{14549535}{128}\frac{l^4 l'^7}{2^{10}}\cdot 7\left\{\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right\}(4\,L+5\,L')\pm\frac{14549535}{128}\frac{l^4 l'^7}{2^{10}}\cdot 4\left\{\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right\}(2\,L+7\,L')$ $\pm\frac{14549535}{128}\frac{l^4 l'^5}{2^8}\left\{\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right\}(4\,L+5\,L')\mp\frac{2078505}{64}\frac{l^2 l'^7}{2^8}\left\{\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right\}(2\,L+7\,L')$
3,8	$-\frac{14549535}{256}\frac{l^3 l'^8}{2^{10}}\cdot 8\left\{\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\right\}(3\,L+6\,L')+\frac{14549535}{256}\frac{l^3 l'^8}{2^{10}}\cdot 3\left\{\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\right\}(L+8\,L')$ $+\frac{4849845}{64}\frac{l^3 l'^6}{2^8}\left\{\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\right\}(3\,L+6\,L')-\frac{2078505}{256}\frac{l'^8}{2^8}\left\{\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\right\}(L+8\,L')$

$k,\ l$	$\begin{matrix}c_9\\ s_9\end{matrix}$
2,9	$\pm \frac{4\,849\,845}{256}\,\frac{l^2 l'^9}{2^{10}}\cdot 9\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\Big\}(2L+7L') \mp \frac{4\,849\,845}{256}\,\frac{l^2 l'^9}{2^{10}}\cdot 2\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\Big\}9L' \mp \frac{2\,078\,505}{64}\,\frac{l^2 l'^7}{2^8}\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\Big\}(2L+7L')$ $\pm \frac{230\,949}{256}\,\frac{l'^9}{2^8}\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\Big\}9L'$
1,10	$+\frac{969\,969}{256}\,\frac{l l'^{10}}{2^{10}}\cdot 10\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}(L+8L') - \frac{969\,969}{256}\,\frac{l l'^{10}}{2^{10}}\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}(10L'-L) - \frac{2\,078\,505}{256}\,\frac{l l'^8}{2^8}\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}(L+8L')$
0,11	$\mp\frac{88\,179}{256}\,\frac{l'^{11}}{2^{10}}\cdot 11\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\Big\}9L' \pm \frac{230\,945}{256}\,\frac{l'^9}{2^8}\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\Big\}9L'$

$k,\ l$	$\begin{matrix}c_{12}\\ s_{12}\end{matrix}$	$k,\ l$	$\begin{matrix}c_{12}\\ s_{12}\end{matrix}$
12,0	$+\frac{676\,039}{1024}\,\frac{l^{12}}{2^{11}}\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}12L$	5,7	$\pm\frac{66\,927\,861}{128}\,\frac{l^5 l'^7}{2^{11}}\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\Big\}(5L+7L')$
11,1	$\mp\frac{2\,028\,117}{256}\,\frac{l^{11} l'}{2^{11}}\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\Big\}(11L+L')$	4,8	$+\frac{334\,639\,305}{1024}\,\frac{l^4 l'^8}{2^{11}}\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}(4L+8L')$
10,2	$-\frac{22\,309\,287}{512}\,\frac{l^{10} l'^2}{2^{11}}\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}(10L+2L')$	3,9	$\mp\frac{37\,182\,145}{256}\,\frac{l^3 l'^9}{2^{11}}\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\Big\}(3L+9L')$
9,3	$\pm\frac{37\,182\,145}{256}\,\frac{l^9 l'^3}{2^{11}}\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\Big\}(9L+3L')$	2,10	$-\frac{22\,309\,287}{512}\,\frac{l^2 l'^{10}}{2^{11}}\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}(2L+10L')$
8,4	$+\frac{334\,639\,305}{1024}\,\frac{l^8 l'^4}{2^{11}}\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}(8L+4L')$	1,11	$\pm\frac{2\,028\,117}{256}\,\frac{l l'^{11}}{2^{11}}\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\Big\}(L+11L')$
7,5	$\mp\frac{66\,927\,861}{128}\,\frac{l^7 l'^5}{2^{11}}\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\Big\}(7L+5L')$	0,12	$+\frac{676\,039}{1024}\,\frac{l'^{12}}{2^{11}}\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}12L'$
6,6	$-\frac{156\,165\,009}{256}\,\frac{l^6 l'^6}{2^{11}}\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}(6L+6L')$		

$k,\ l$	$\begin{matrix}c_{10}\\ s_{10}\end{matrix}$
12,0	$+\frac{676\,039}{1024}\,\frac{l^{12}}{2^{11}}\cdot 12\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}10L - \frac{969\,969}{512}\,\frac{l^{10}}{2^9}\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}10L$
11,1	$\pm\frac{2\,028\,117}{256}\,\frac{l^{11} l'}{2^{11}}\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\Big\}(11L-L') \mp \frac{2\,028\,117}{256}\,\frac{l^{11} l'}{2^{11}}\cdot 11\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\Big\}(9L+L') \pm \frac{4\,849\,845}{256}\,\frac{l^9 l'}{2^9}\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\Big\}(9L+L')$
10,2	$+\frac{22\,309\,287}{512}\,\frac{l^{10} l'^2}{2^{11}}\cdot 2\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}10L - \frac{22\,309\,287}{512}\,\frac{l^{10} l'^2}{2^{11}}\cdot 10\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}(8L+2L')$ $-\frac{969\,969}{512}\,\frac{l^{10}}{2^9}\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}10L + \frac{43\,648\,605}{512}\,\frac{l^8 l'^2}{2^9}\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}(8L+2L')$
9,3	$\mp\frac{37\,182\,145}{256}\,\frac{l^9 l'^3}{2^{11}}\cdot 3\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\Big\}(9L+L') \pm \frac{37\,182\,145}{256}\,\frac{l^9 l'^3}{2^{11}}\cdot 9\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\Big\}(7L+3L')$ $\pm\frac{4\,849\,845}{256}\,\frac{l^9 l'}{2^9}\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\Big\}(9L+L') \mp \frac{14\,549\,535}{64}\,\frac{l^7 l'^3}{2^9}\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\Big\}(7L+3L')$
8,4	$-\frac{334\,639\,305}{1024}\,\frac{l^8 l'^4}{2^{11}}\cdot 4\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}(8L+2L') + \frac{334\,639\,305}{1024}\,\frac{l^8 l'^4}{2^{11}}\cdot 8\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}(6L+4L')$ $+\frac{43\,648\,605}{512}\,\frac{l^8 l'^2}{2^9}\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}(8L+2L') - \frac{101\,846\,745}{256}\,\frac{l^6 l'^4}{2^9}\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}(6L+4L')$
7,5	$\pm\frac{66\,927\,861}{128}\,\frac{l^7 l'^5}{2^{11}}\cdot 5\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\Big\}(7L+3L') \mp \frac{66\,927\,861}{128}\,\frac{l^7 l'^5}{2^{11}}\cdot 7\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\Big\}(5L+5L')$ $\mp\frac{14\,549\,535}{64}\,\frac{l^7 l'^3}{2^9}\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\Big\}(7L+3L') \pm \frac{61\,108\,047}{128}\,\frac{l^5 l'^5}{2^9}\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\Big\}(5L+5L')$

k, l	$\begin{matrix} c_{10} \\ s_{10} \end{matrix}$
6,6	$+\frac{156\,165\,009}{256}\frac{l^6 l'^6}{2^{11}}\cdot 6\begin{matrix}\cos\\\sin\end{matrix}\Big\}(6L+4L') - \frac{156\,165\,009}{256}\frac{l^6 l'^6}{2^{11}}\cdot 6\begin{matrix}\cos\\\sin\end{matrix}\Big\}(4L+6L')$
	$-\frac{101\,846\,745}{256}\frac{l^6 l'^4}{2^9}\begin{matrix}\cos\\\sin\end{matrix}\Big\}(6L+4L') + \frac{101\,846\,745}{256}\frac{l^4 l'^6}{2^9}\begin{matrix}\cos\\\sin\end{matrix}\Big\}(4L+6L')$
5,7	$\mp\frac{66\,927\,861}{128}\frac{l^5 l'^7}{2^{11}}\cdot 7\begin{matrix}\sin\\\cos\end{matrix}\Big\}(5L+5L') \pm \frac{66\,927\,861}{128}\frac{l^5 l'^7}{2^{11}}\cdot 5\begin{matrix}\sin\\\cos\end{matrix}\Big\}(3L+7L')$
	$\pm\frac{61\,108\,047}{128}\frac{l^5 l'^5}{2^9}\begin{matrix}\sin\\\cos\end{matrix}\Big\}(5L+5L') \mp \frac{14\,549\,535}{64}\frac{l^3 l'^7}{2^9}\begin{matrix}\sin\\\cos\end{matrix}\Big\}(3L+7L')$
4,8	$-\frac{334\,639\,305}{1024}\frac{l^4 l'^8}{2^{11}}\cdot 8\begin{matrix}\cos\\\sin\end{matrix}\Big\}(4L+6L') + \frac{334\,639\,305}{1024}\frac{l^4 l'^8}{2^{11}}\cdot 4\begin{matrix}\cos\\\sin\end{matrix}\Big\}(2L+8L')$
	$+\frac{101\,846\,745}{256}\frac{l^4 l'^6}{2^9}\begin{matrix}\cos\\\sin\end{matrix}\Big\}(4L+6L') - \frac{43\,648\,605}{512}\frac{l^2 l'^8}{2^9}\begin{matrix}\cos\\\sin\end{matrix}\Big\}(2L+8L')$
3,9	$\pm\frac{37\,182\,145}{256}\frac{l^3 l'^9}{2^{11}}\cdot 9\begin{matrix}\sin\\\cos\end{matrix}\Big\}(3L+7L') \mp \frac{37\,182\,145}{256}\frac{l^3 l'^9}{2^{11}}\cdot 3\begin{matrix}\sin\\\cos\end{matrix}\Big\}(L+9L')$
	$\mp\frac{14\,549\,535}{64}\frac{l^3 l'^7}{2^9}\begin{matrix}\sin\\\cos\end{matrix}\Big\}(3L+7L') \pm \frac{4\,849\,845}{256}\frac{l l'^9}{2^9}\begin{matrix}\sin\\\cos\end{matrix}\Big\}(L+9L')$
2,10	$+\frac{22\,309\,287}{512}\frac{l^2 l'^{10}}{2^{11}}\cdot 10\begin{matrix}\cos\\\sin\end{matrix}\Big\}(2L+8L') - \frac{22\,309\,287}{512}\cdot 2\begin{matrix}\cos\\\sin\end{matrix}\Big\}10L'$
	$-\frac{43\,648\,605}{512}\frac{l^2 l'^8}{2^9}\begin{matrix}\cos\\\sin\end{matrix}\Big\}(2L+8L') + \frac{969\,969}{512}\frac{l'^{10}}{2^9}\begin{matrix}\cos\\\sin\end{matrix}\Big\}10L'$
1,11	$\mp\frac{2\,028\,117}{256}\frac{l l'^{11}}{2^{11}}\cdot 11\begin{matrix}\sin\\\cos\end{matrix}\Big\}(L+9L') \pm \frac{2\,028\,117}{256}\frac{l l'^{11}}{2^{11}}\begin{matrix}\sin\\\cos\end{matrix}\Big\}(11L'-L) \pm \frac{4\,849\,845}{256}\frac{l l'^9}{2^9}\begin{matrix}\sin\\\cos\end{matrix}\Big\}(L+9L')$
0,12	$-\frac{676\,039}{1024}\frac{l'^{12}}{2^{11}}\cdot 12\begin{matrix}\cos\\\sin\end{matrix}\Big\}10L' + \frac{969\,969}{512}\frac{l'^{10}}{2^9}\begin{matrix}\cos\\\sin\end{matrix}\Big\}10L'$

Durch Einsetzen der bekannten Werte für L, L', l und l' in diese Ausdrücke erhielt ich nachstehendes Resultat für die noch fehlenden Koeffizienten:

k, l	$\begin{matrix} c_9 \\ s_9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} c_{11} \\ s_{11} \end{matrix}$	k, l	$\begin{matrix} c_{10} \\ s_{10} \end{matrix}$	$\begin{matrix} c_{12} \\ s_{12} \end{matrix}$
8,3	-13.331	$+54.143$	9,3	$+1.04$	-6.581
	$+0.618$	-4.703		$+18.52$	-69.124
7,4	-0.438	$+9.218$	8,4	-29.14	$+154.493$
	-17.095	$+107.558$		$+1.15$	-14.520
6,5	$+11.106$	-149.572	7,5	-0.14	$+22.775$
	$+0.368$	$+12.636$		-27.36	$+245.539$
5,6	-1.202	-12.370	6,6	$+10.39$	-284.540
	-1.146	-148.569		$+1.55$	$+26.044$
4,7	$+9.198$	$+105.415$	5,7	$+0.15$	-21.879
	-1.361	-8.647		-8.73	-242.267
3,8	$+0.883$	$+4.231$	4,8	$+15.95$	$+150.400$
	$+8.598$	$+52.352$		-2.28	-13.399
2,9	-4.129	-17.334	3,9	$+1.85$	$+5.834$
	$+0.347$	$+1.380$		$+11.54$	$+66.397$
1,10	-0.077	-0.270	2,10	-4.74	$-19\,786$
	-1.068	-3.443		$+0.43$	$+1\,714$
0,11	$+0.118$	$+0.331$	1,11	-0.09	-0.305
	-0.007	-0.024		-1.08	-3.573
			0,12	$+0.10$	$+0.296$
				-0.01	-0.025

Für die bereits nach der mechanischen Quadratur berechneten Koeffizienten in diesen beiden Gruppen ergaben die analytischen Ausdrücke wünschenswerte Kontrollen.

Um mit Hilfe der eben entwickelten Werte für die $D_{k,l}$-Funktionen zur Kenntnis der Größen $C_{k,l}$ zu gelangen, ist die Darstellung von

$$\left(\frac{a'}{r'}\right)^n \cos m f' \quad \text{und} \quad \left(\frac{a'}{r'}\right)^n \sin m f'$$

durch unendliche Reihen erforderlich, die nach den Sinus und Cosinus der Vielfachen der mittleren Anomalie des Planeten fortschreiten. Diese Entwickelung ist nach mehreren Methoden möglich. Als sehr zweckmäßig erweist sich die Darstellung:

$$\begin{aligned}\left(\frac{a'}{r'}\right)^n \left.\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\right\} m f' = {} & \left.\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\right\} m M' \cdot [1 + (0)_{n,0} - m^2 (2)_{n,0} + m^4 (4)_{n,0} - \ldots] \\ & + \sum_{\nu=1}^{\nu=\infty} \left.\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\right\} (m+\nu) M' \cdot [(0)_{n,\nu} - m^2 (2)_{n,\nu} + m^4 (4)_{n,\nu} - \ldots + m (1)_{n,\nu} - m^3 (3)_{n,\nu} + m^5 (5)_{n,\nu} - \ldots] \\ & + \sum_{\nu=1}^{\nu=\infty} \left.\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\right\} (m-\nu) M' \cdot [(0)_{n,\nu} - m^2 (2)_{n,\nu} + m^4 (4)_{n,\nu} - \ldots - m (1)_{n,\nu} + m^3 (3)_{n,\nu} - m^5 (5)_{n,\nu} + \ldots],\end{aligned}$$

wo M' die mittlere Anomalie des störenden Planeten bedeutet und die symbolischen Klammergrößen nach Potenzen der Exzentrizität des Planeten entwickelt werden können. Hansen hat diese Größen unter Berücksichtigung der vierten Potenz von e' bis zum Werte $n = 7$ angegeben; in der vorliegenden Rechnung erwies es sich indessen als notwendig, auch die fünften Potenzen der Exzentrizität mitzunehmen. Die sechsten Potenzen dürften dagegen für das Resultat kaum in Frage kommen.

Ich gebe im folgenden die für die beabsichtigte Entwicklung erforderlichen Ausdrücke der symbolischen Klammergrößen bis zum Werte $n = 13$ und ersetze der Kürze wegen e' durch e:

$$(0)_{3,0} = + \frac{3}{2} e^2 + \frac{15}{8} e^4 \qquad (0)_{3,2} = + \frac{9}{4} e^2 + \frac{7}{4} e^4 \qquad (0)_{3,4} = + \frac{77}{16} e^4$$

$$(2)_{3,0} = + e^2 + \frac{81}{64} e^4 \qquad (2)_{3,2} = - \frac{1}{2} e^2 + \frac{13}{6} e^4 \qquad (2)_{3,4} = - \frac{1075}{384} e^4$$

$$(4)_{3,0} = + \frac{1}{4} e^4 \qquad (4)_{3,2} = - \frac{1}{6} e^4 \qquad (4)_{3,4} = + \frac{1}{24} e^4$$

$$(1)_{3,2} = + \frac{17}{8} e^2 - \frac{7}{24} e^4 \qquad (1)_{3,4} = + \frac{1165}{192} e^4$$

$$(3)_{3,2} = + \frac{9}{8} e^4 \qquad (3)_{3,4} = - \frac{9}{16} e^4$$

$$(0)_{3,1} = + \frac{3}{2} e + \frac{27}{16} e^3 + \frac{783}{384} e^5 \qquad (0)_{3,3} = + \frac{53}{16} e^3 + \frac{393}{256} e^5 \qquad (0)_{3,5} = + \frac{1773}{256} e^5$$

$$(2)_{3,1} = + \frac{11}{8} e^3 + \frac{525}{384} e^5 \qquad (2)_{3,3} = - \frac{11}{8} e^3 + \frac{2823}{768} e^5 \qquad (2)_{3,5} = - \frac{1291}{256} e^5$$

$$(4)_{3,1} = + \frac{1}{3} e^5 \qquad (4)_{3,3} = - \frac{1}{2} e^5 \qquad (4)_{3,5} = + \frac{1}{6} e^5$$

$$(1)_{3,1} = + e + \frac{1}{16} e^3 + \frac{5}{48} e^5 \qquad (1)_{3,3} = + \frac{179}{48} e^3 - \frac{173}{128} e^5 \qquad (1)_{3,5} = + \frac{18197}{1920} e^5$$

$$(3)_{3,1} = + \frac{1}{2} e^3 + \frac{23}{192} e^5 \qquad (3)_{3,3} = - \frac{1}{6} e^3 + \frac{823}{384} e^5 \qquad (3)_{3,5} = - \frac{503}{384} e^5$$

$$(5)_{3,1} = + \frac{1}{12} e^5 \qquad (5)_{3,3} = - \frac{1}{24} e^5 \qquad (5)_{3,5} = + \frac{1}{120} e^5$$

$$(0)_{4,0} = + 3 e^2 + \frac{45}{8} e^4 \qquad (0)_{4,2} = + \frac{7}{2} e^2 + \frac{67}{12} e^4 \qquad (0)_{4,4} = + \frac{437}{48} e^4$$

$$(2)_{4,0} = + e^2 + \frac{137}{64} e^4 \qquad (2)_{4,2} = - \frac{1}{2} e^2 + \frac{8}{3} e^4 \qquad (2)_{4,4} = - \frac{1435}{384} e^4$$

$$(4)_{4,0} = + \frac{1}{4} e^4 \qquad (4)_{4,2} = - \frac{1}{6} e^4 \qquad (4)_{4,4} = + \frac{1}{24} e^4$$

$$(1)_{4,2} = + \frac{21}{8} e^2 + \frac{47}{48} e^4 \qquad (1)_{4,4} = + \frac{1835}{192} e^4$$

$$(3)_{4,2} = + \frac{31}{24} e^4 \qquad (3)_{4,4} = - \frac{31}{48} e^4$$

$$(0)_{4,1} = +2e + \frac{17}{4}e^3 + \frac{685}{96}e^5 \qquad (0)_{4,3} = +\frac{23}{4}e^3 + \frac{435}{64}e^5 \qquad (0)_{4,5} = +\frac{2701}{192}e^5$$

$$(2)_{4,1} = +\frac{13}{8}e^3 + \frac{133}{48}e^5 \qquad (2)_{4,3} = -\frac{13}{8}e^3 + \frac{297}{64}e^5 \qquad (2)_{4,5} = -\frac{1423}{192}e^5$$

$$(4)_{4,1} = +\frac{3}{8}e^5 \qquad (4)_{4,3} = -\frac{9}{16}e^5 \qquad (4)_{4,5} = +\frac{9}{48}e^5$$

$$(1)_{4,1} = +e + \frac{5}{8}e^3 + \frac{121}{192}e^5 \qquad (1)_{4,3} = +\frac{127}{24}e^3 + \frac{77}{128}e^5 \qquad (1)_{4,5} = +\frac{31177}{1920}e^5$$

$$(3)_{4,1} = +\frac{1}{2}e^3 + \frac{67}{192}e^5 \qquad (3)_{4,3} = -\frac{1}{6}e^3 + \frac{1027}{384}e^5 \qquad (3)_{4,5} = -\frac{643}{384}e^5$$

$$(5)_{4,1} = +\frac{1}{12}e^5 \qquad (5)_{4,3} = -\frac{1}{24}e^5 \qquad (5)_{4,5} = +\frac{1}{120}e^5$$

$$(0)_{5,0} = +5e^2 + \frac{105}{8}e^4 \qquad (0)_{5,2} = +5e^2 + \frac{155}{12}e^4 \qquad (0)_{5,4} = +\frac{745}{48}e^4$$

$$(2)_{5,0} = +e^2 + \frac{209}{64}e^4 \qquad (2)_{5,2} = -\frac{1}{2}e^2 + \frac{19}{6}e^4 \qquad (2)_{5,4} = -\frac{1843}{384}e^4$$

$$(4)_{5,0} = +\frac{1}{4}e^4 \qquad (4)_{5,2} = -\frac{1}{6}e^4 \qquad (4)_{5,4} = +\frac{1}{24}e^4$$

$$(1)_{5,2} = +\frac{25}{8}e^2 + \frac{53}{16}e^4 \qquad (1)_{5,4} = +\frac{901}{64}e^4$$

$$(3)_{5,2} = +\frac{35}{24}e^4 \qquad (3)_{5,4} = -\frac{35}{48}e^4$$

$$(0)_{5,1} = +\frac{5}{2}e + \frac{135}{16}e^3 + \frac{7285}{384}e^5 \qquad (0)_{5,3} = +\frac{145}{16}e^3 + \frac{4715}{256}e^5 \qquad (0)_{5,5} = +\frac{19669}{768}e^5$$

$$(2)_{5,1} = +\frac{15}{8}e^3 + \frac{1867}{384}e^5 \qquad (2)_{5,3} = -\frac{15}{8}e^3 + \frac{1411}{256}e^5 \qquad (2)_{5,5} = -\frac{7967}{768}e^5$$

$$(4)_{5,1} = +\frac{5}{12}e^5 \qquad (4)_{5,3} = -\frac{5}{8}e^5 \qquad (4)_{5,5} = +\frac{5}{24}e^5$$

$$(1)_{5,1} = +e + \frac{23}{16}e^3 + \frac{71}{48}e^5 \qquad (1)_{5,3} = +\frac{341}{48}e^3 + \frac{1991}{384}e^5 \qquad (1)_{5,5} = +\frac{49547}{1920}e^5$$

$$(3)_{5,1} = +\frac{1}{2}e^3 + \frac{127}{192}e^5 \qquad (3)_{5,3} = -\frac{1}{6}e^3 + \frac{1247}{384}e^5 \qquad (3)_{5,5} = -\frac{799}{384}e^5$$

$$(5)_{5,1} = +\frac{1}{12}e^5 \qquad (5)_{5,3} = -\frac{1}{24}e^5 \qquad (5)_{5,5} = +\frac{1}{120}e^5$$

$$(0)_{6,0} = +\frac{15}{2}e^2 + \frac{105}{4}e^4 \qquad (0)_{6,2} = +\frac{27}{4}e^2 + \frac{101}{4}e^4 \qquad (0)_{6,4} = +\frac{197}{8}e^4$$

$$(2)_{6,0} = +e^2 + \frac{297}{64}e^4 \qquad (2)_{6,2} = -\frac{1}{2}e^2 + \frac{11}{3}e^4 \qquad (2)_{6,4} = -\frac{2299}{384}e^4$$

$$(4)_{6,0} = +\frac{1}{4}e^4 \qquad (4)_{6,2} = -\frac{1}{6}e^4 \qquad (4)_{6,4} = +\frac{1}{24}e^4$$

$$(1)_{6,2} = +\frac{29}{8}e^2 + \frac{257}{48}e^4 \qquad (1)_{6,4} = +\frac{3793}{192}e^4$$

$$(3)_{6,2} = +\frac{13}{8}e^4 \qquad (3)_{6,4} = -\frac{13}{16}e^4$$

$$(0)_{6,1} = +3e + \frac{117}{8}e^3 + \frac{2631}{64}e^5 \qquad (0)_{6,3} = +\frac{107}{8}e^3 + \frac{5157}{128}e^5 \qquad (0)_{6,5} = +\frac{16587}{384}e^5$$

$$(2)_{6,1} = +\frac{17}{8}e^3 + \frac{497}{64}e^5 \qquad (2)_{6,3} = -\frac{17}{8}e^3 + \frac{797}{128}e^5 \qquad (2)_{6,5} = -\frac{1791}{128}e^5$$

$$(4)_{6,1} = +\frac{11}{24}e^5 \qquad (4)_{6,3} = -\frac{11}{16}e^5 \qquad (4)_{6,5} = +\frac{11}{48}e^5$$

$$(1)_{6,1} = +e + \frac{5}{2}e^3 + \frac{899}{192}e^5 \qquad (1)_{6,3} = +\frac{55}{6}e^3 + \frac{999}{384}e^5 \qquad (1)_{6,5} = +\frac{74537}{1920}e^5$$

$$(3)_{6,1} = +\frac{1}{2}e^3 + \frac{203}{192}e^5 \qquad (3)_{6,3} = -\frac{1}{6}e^3 + \frac{1483}{384}e^5 \qquad (3)_{6,5} = -\frac{961}{384}e^5$$

$$(5)_{6,1} = +\frac{1}{12}e^5 \qquad (5)_{6,3} = -\frac{1}{24}e^5 \qquad (5)_{6,5} = +\frac{1}{120}e^5$$

$$(0)_{7,0} = +\frac{21}{2}e^2 + \frac{189}{4}e^4 \qquad (0)_{7,2} = +\frac{35}{4}e^2 + \frac{133}{3}e^4 \qquad (0)_{7,4} = +\frac{889}{24}e^4$$

$$(2)_{7,0} = +e^2 + \frac{401}{64}e^4 \qquad (2)_{7,2} = -\frac{1}{2}e^2 + \frac{25}{6}e^4 \qquad (2)_{7,4} = -\frac{2803}{384}e^4$$

$$(4)_{7,0} = +\frac{1}{4}e^4 \qquad (4)_{7,2} = -\frac{1}{6}e^4 \qquad (4)_{7,4} = +\frac{1}{24}e^4$$

$$(1)_{7,2} = +\frac{33}{8}e^2 + \frac{73}{6}e^4 \qquad (1)_{7,4} = +\frac{5129}{192}e^4$$

$$(3)_{7,2} = +\frac{43}{24}e^4 \qquad (3)_{7,4} = -\frac{43}{48}e^4$$

$$(0)_{7,1} = +\frac{7}{2}e + \frac{371}{16}e^3 + \frac{32515}{384}e^5 \qquad (0)_{7,3} = +\frac{301}{16}e^3 + \frac{19845}{256}e^5 \qquad (0)_{7,5} = +\frac{52843}{768}e^5$$

$$(2)_{7,1} = +\frac{19}{8}e^3 + \frac{4457}{384}e^5 \qquad (2)_{7,3} = -\frac{19}{8}e^3 + \frac{1721}{256}e^5 \qquad (2)_{7,5} = -\frac{14077}{768}e^5$$

$$(4)_{7,1} = +\frac{1}{2}e^5 \qquad (4)_{7,3} = -\frac{3}{4}e^5 \qquad (4)_{7,5} = +\frac{1}{4}e^5$$

$$(1)_{7,1} = +e + \frac{61}{16}e^3 + \frac{451}{48}e^5 \qquad (1)_{7,3} = +\frac{551}{48}e^3 + \frac{3471}{128}e^5 \qquad (1)_{7,5} = +\frac{107497}{1920}e^5$$

$$(3)_{7,1} = +\frac{1}{2}e^3 + \frac{295}{192}e^5 \qquad (3)_{7,3} = -\frac{1}{6}e^3 + \frac{1735}{384}e^5 \qquad (3)_{7,5} = -\frac{1159}{384}e^5$$

$$(5)_{7,1} = +\frac{1}{12}e^5 \qquad (5)_{7,3} = -\frac{1}{24}e^5 \qquad (5)_{7,5} = +\frac{1}{120}e^5$$

$$(0)_{8,0} = +14e^2 + \frac{315}{4}e^4 \qquad (0)_{8,2} = +11e^2 + \frac{433}{6}e^4 \qquad (0)_{8,4} = +\frac{1283}{24}e^4$$

$$(2)_{8,0} = +e^2 + \frac{521}{64}e^4 \qquad (2)_{8,2} = -\frac{1}{2}e^2 + \frac{14}{3}e^4 \qquad (2)_{8,4} = -\frac{3355}{384}e^4$$

$$(4)_{8,0} = +\frac{1}{4}e^4 \qquad (4)_{8,2} = -\frac{1}{6}e^4 \qquad (4)_{8,4} = +\frac{1}{24}e^4$$

$$(1)_{8,2} = +\frac{37}{8}e^2 + \frac{921}{48}e^4 \qquad (1)_{8,4} = +\frac{6735}{192}e^4$$

$$(3)_{8,2} = +\frac{47}{24}e^4 \qquad (3)_{8,4} = -\frac{47}{48}e^4$$

$$(0)_{8,1} = +4e + \frac{69}{2}e^3 + \frac{7421}{48}e^5 \qquad (0)_{8,3} = +\frac{51}{2}e^3 + \frac{4371}{32}e^5 \qquad (0)_{8,5} = +\frac{10061}{96}e^5$$

$$(2)_{8,1} = +\frac{21}{8}e^3 + \frac{1585}{96}e^5 \qquad (2)_{8,3} = -\frac{21}{8}e^3 + \frac{111}{16}e^5 \qquad (2)_{8,5} = -\frac{2251}{96}e^5$$

$$(4)_{8,1} = +\frac{13}{24}e^5 \qquad (4)_{8,3} = -\frac{13}{16}e^5 \qquad (4)_{8,5} = +\frac{13}{48}e^5$$

$$(1)_{8,1} = +e + \frac{43}{8}e^3 + \frac{3245}{192}e^5 \qquad (1)_{8,3} = +\frac{337}{24}e^3 + \frac{18191}{384}e^5 \qquad (1)_{8,5} = +\frac{149897}{1920}e^5$$

$$(3)_{8,1} = +\frac{1}{2}e^3 + \frac{403}{192}e^5 \qquad (3)_{8,3} = -\frac{1}{6}e^3 + \frac{2003}{384}e^5 \qquad (3)_{8,5} = -\frac{1363}{384}e^5$$

$$(5)_{8,1} = +\frac{1}{12}e^5 \qquad (5)_{8,3} = -\frac{1}{24}e^5 \qquad (5)_{8,5} = +\frac{1}{120}e^5$$

$$(0)_{9,0} = +18e^2 + \frac{495}{4}e^4 \qquad (0)_{9,2} = +\frac{27}{2}e^2 + 111e^4 \qquad (0)_{9,4} = +\frac{597}{8}e^4$$

$$(2)_{9,0} = +e^2 + \frac{657}{64}e^4 \qquad (2)_{9,2} = -\frac{1}{2}e^2 + \frac{31}{6}e^4 \qquad (2)_{9,4} = -\frac{3955}{384}e^4$$

$$(4)_{9,0} = +\frac{1}{4}e^4 \qquad (4)_{9,2} = -\frac{1}{6}e^4 \qquad (4)_{9,4} = +\frac{1}{24}e^4$$

$$(1)_{9,2} = +\frac{41}{8}e^2 + \frac{1357}{48}e^4 \qquad (1)_{9,4} = +\frac{8635}{192}e^4$$

$$(3)_{9,2} = +\frac{17}{8}e^4 \qquad (3)_{9,4} = -\frac{17}{16}e^4$$

$$(0)_{9,1} = +\frac{9}{2}e + \frac{783}{16}e^3 + \frac{33795}{128}e^5 \qquad (0)_{9,3} = +\frac{537}{16}e^3 + \frac{57735}{256}e^5 \qquad (0)_{9,5} = +\frac{39411}{256}e^5$$

$$(2)_{9,1} = +\frac{23}{8}e^3 + \frac{2893}{128}e^5 \qquad (2)_{9,3} = -\frac{23}{8}e^3 + \frac{1743}{256}e^5 \qquad (2)_{9,5} = -\frac{7529}{256}e^5$$

$$(4)_{9,1} = +\frac{7}{12}e^5 \qquad (4)_{9,3} = -\frac{7}{8}e^5 \qquad (4)_{9,5} = +\frac{7}{24}e^5$$

$$(1)_{9,1} = +e + \frac{115}{16}e^3 + \frac{1349}{48}e^5 \qquad (1)_{9,3} = +\frac{809}{48}e^3 + \frac{9737}{128}e^5 \qquad (1)_{9,5} = +\frac{203327}{1920}e^5$$

$$(3)_{9,1} = +\frac{1}{2}e^3 + \frac{527}{192}e^5 \qquad (3)_{9,3} = -\frac{1}{6}e^3 + \frac{2287}{384}e^5 \qquad (3)_{9,5} = -\frac{1583}{384}e^5$$

$$(5)_{9,1} = +\frac{1}{12}e^5 \qquad (5)_{9,3} = -\frac{1}{24}e^5 \qquad (5)_{9,5} = +\frac{1}{120}e^5$$

$$(0)_{10,0} = +\frac{45}{2}e^2 + \frac{1485}{8}e^4 \qquad (0)_{10,2} = +\frac{65}{4}e^2 + \frac{490}{3}e^4 \qquad (0)_{10,4} = +\frac{4865}{48}e^4$$

$$(2)_{10,0} = +e^2 + \frac{809}{64}e^4 \qquad (2)_{10,2} = -\frac{1}{2}e^2 + \frac{17}{3}e^4 \qquad (2)_{10,4} = -\frac{4603}{384}e^4$$

$$(4)_{10,0} = +\frac{1}{4}e^4 \qquad (4)_{10,2} = -\frac{1}{6}e^4 \qquad (4)_{10,4} = +\frac{1}{24}e^4$$

$$(1)_{10,2} = +\frac{45}{8}e^2 + \frac{1904}{48}e^4 \qquad (1)_{10,4} = +\frac{10853}{192}e^4$$

$$(3)_{10,2} = +\frac{55}{24}e^4 \qquad (3)_{10,4} = -\frac{55}{48}e^4$$

$$(0)_{10,1} = +5e + \frac{535}{8}e^3 + \frac{82085}{192}e^5$$
$$(2)_{10,1} = + \frac{25}{8}e^3 + \frac{5761}{192}e^5$$
$$(4)_{10,1} = + \frac{15}{24}e^5$$
$$(1)_{10,1} = +e + \frac{37}{4}e^3 + \frac{8455}{192}e^5$$
$$(3)_{10,1} = + \frac{1}{2}e^3 + \frac{667}{192}e^5$$
$$(5)_{10,1} = + \frac{1}{12}e^5$$

$$(0)_{10,3} = + \frac{345}{8}e^3 + \frac{45315}{128}e^5$$
$$(2)_{10,3} = - \frac{25}{8}e^3 + \frac{803}{128}e^5$$
$$(4)_{10,3} = - \frac{15}{16}e^5$$
$$(1)_{10,3} = + \frac{239}{12}e^3 + \frac{14737}{128}e^5$$
$$(3)_{10,3} = - \frac{1}{6}e^3 + \frac{2587}{384}e^5$$
$$(5)_{10,3} = - \frac{1}{24}e^5$$

$$(0)_{10,5} = + \frac{84269}{384}e^5$$
$$(2)_{10,5} = - \frac{13931}{384}e^5$$
$$(4)_{10,5} = + \frac{15}{48}e^5$$
$$(1)_{10,5} = + \frac{269497}{1920}e^5$$
$$(3)_{10,5} = - \frac{1819}{384}e^5$$
$$(5)_{10,5} = + \frac{1}{120}e^5$$

$$(0)_{11,0} = + \frac{55}{2}e^2 + \frac{2145}{8}e^4$$
$$(2)_{11,0} = + e^2 + \frac{977}{64}e^4$$
$$(4)_{11,0} = + \frac{1}{4}e^4$$

$$(0)_{11,2} = + \frac{77}{4}e^2 + \frac{2783}{12}e^4$$
$$(2)_{11,2} = - \frac{1}{2}e^2 + \frac{37}{6}e^4$$
$$(4)_{11,2} = - \frac{1}{6}e^4$$
$$(1)_{11,2} = + \frac{49}{8}e^2 + \frac{429}{8}e^4$$
$$(3)_{11,2} = + \frac{59}{24}e^4$$

$$(0)_{11,4} = + \frac{6457}{48}e^4$$
$$(2)_{11,4} = - \frac{5299}{384}e^4$$
$$(4)_{11,4} = + \frac{1}{24}e^4$$
$$(1)_{11,4} = + \frac{4471}{64}e^4$$
$$(3)_{11,4} = - \frac{59}{48}e^4$$

$$(0)_{11,1} = + \frac{11}{2}e + \frac{1419}{16}e^3 + \frac{254551}{384}e^5$$
$$(2)_{11,1} = + \frac{27}{8}e^3 + \frac{14917}{384}e^5$$
$$(4)_{11,1} = + \frac{2}{3}e^5$$
$$(1)_{11,1} = +e + \frac{185}{16}e^3 + \frac{3161}{48}e^5$$
$$(3)_{11,1} = + \frac{1}{2}e^3 + \frac{823}{192}e^5$$
$$(5)_{11,1} = + \frac{1}{12}e^5$$

$$(0)_{11,3} = + \frac{869}{16}e^3 + \frac{136609}{256}e^5$$
$$(2)_{11,3} = - \frac{27}{8}e^3 + \frac{1349}{256}e^5$$
$$(4)_{11,3} = - e^5$$
$$(1)_{11,3} = + \frac{1115}{48}e^3 + \frac{64001}{384}e^5$$
$$(3)_{11,3} = - \frac{1}{6}e^3 + \frac{2903}{384}e^5$$
$$(5)_{11,3} = - \frac{1}{24}e^5$$

$$(0)_{11,5} = + \frac{234223}{768}e^5$$
$$(2)_{11,5} = - \frac{33881}{768}e^5$$
$$(4)_{11,5} = + \frac{1}{3}e^5$$
$$(1)_{11,5} = + \frac{350237}{1920}e^5$$
$$(3)_{11,5} = - \frac{2071}{384}e^5$$
$$(5)_{11,5} = + \frac{1}{120}e^5$$

$$(0)_{12,0} = + 33e^2 + \frac{3003}{8}e^4$$
$$(2)_{12,0} = + e^2 + \frac{1161}{64}e^4$$
$$(4)_{12,0} = + \frac{1}{4}e^4$$

$$(0)_{12,2} = + \frac{45}{2}e^2 + \frac{1279}{4}e^4$$
$$(2)_{12,2} = - \frac{1}{2}e^2 + \frac{20}{3}e^4$$
$$(4)_{12,2} = - \frac{1}{6}e^4$$
$$(1)_{12,2} = + \frac{53}{8}e^2 + \frac{3379}{48}e^4$$
$$(3)_{12,2} = + \frac{21}{8}e^4$$

$$(0)_{12,4} = + \frac{2801}{16}e^4$$
$$(2)_{12,4} = - \frac{6043}{384}e^4$$
$$(4)_{12,4} = + \frac{1}{24}e^4$$
$$(1)_{12,4} = + \frac{16339}{192}e^4$$
$$(3)_{12,4} = - \frac{21}{16}e^4$$

$$(0)_{12,1} = +6e + \frac{459}{4}e^3 + \frac{31725}{32}e^5 \qquad (0)_{12,3} = +\frac{269}{4}e^3 + \frac{49785}{64}e^5 \qquad (0)_{12,5} = +\frac{26541}{64}e^5$$

$$(2)_{12,1} = +\frac{29}{8}e^3 + \frac{197}{4}e^5 \qquad (2)_{12,3} = -\frac{29}{8}e^3 + \frac{239}{64}e^5 \qquad (2)_{12,5} = -\frac{3391}{64}e^5$$

$$(4)_{12,1} = +\frac{17}{24}e^5 \qquad (4)_{12,3} = -\frac{17}{16}e^5 \qquad (4)_{12,5} = +\frac{17}{48}e^5$$

$$(1)_{12,1} = +e + \frac{113}{8}e^3 + \frac{18209}{192}e^5 \qquad (1)_{12,3} = +\frac{643}{24}e^3 + \frac{29821}{128}e^5 \qquad (1)_{12,5} = +\frac{447497}{1920}e^5$$

$$(3)_{12,1} = +\frac{1}{2}e^3 + \frac{995}{192}e^5 \qquad (3)_{12,3} = -\frac{1}{6}e^3 + \frac{3235}{384}e^5 \qquad (3)_{12,5} = -\frac{2339}{384}e^5$$

$$(5)_{12,1} = +\frac{1}{12}e^5 \qquad (5)_{12,3} = -\frac{1}{24}e^5 \qquad (5)_{12,5} = +\frac{1}{120}e^5$$

$$(0)_{13,0} = +39e^2 + \frac{4095}{8}e^4 \qquad (0)_{13,2} = +26e^2 + \frac{5161}{12}e^4 \qquad (0)_{13,4} = +\frac{10751}{48}e^4$$

$$(2)_{13,0} = +e^2 + \frac{1361}{64}e^4 \qquad (2)_{13,2} = -\frac{1}{2}e^2 + \frac{43}{6}e^4 \qquad (2)_{13,4} = -\frac{6835}{384}e^4$$

$$(4)_{13,0} = +\frac{1}{4}e^4 \qquad (4)_{13,2} = -\frac{1}{6}e^4 \qquad (4)_{13,4} = +\frac{1}{24}e^4$$

$$(1)_{13,2} = +\frac{57}{8}e^2 + \frac{4331}{48}e^4 \qquad (1)_{13,4} = +\frac{19655}{192}e^4$$

$$(3)_{13,2} = +\frac{67}{24}e^4 \qquad (3)_{13,4} = -\frac{67}{48}e^4$$

$$(0)_{13,1} = +\frac{13}{2}e + \frac{2327}{16}e^3 + \frac{552253}{384}e^5 \qquad (0)_{13,3} = +\frac{1313}{16}e^3 + \frac{282243}{256}e^5 \qquad (0)_{13,5} = +\frac{424957}{768}e^5$$

$$(2)_{13,1} = +\frac{31}{8}e^3 + \frac{23555}{384}e^5 \qquad (2)_{13,3} = -\frac{31}{8}e^3 + \frac{411}{256}e^5 \qquad (2)_{13,5} = -\frac{48343}{768}e^5$$

$$(4)_{13,1} = +\frac{3}{4}e^5 \qquad (4)_{13,3} = -\frac{9}{8}e^5 \qquad (4)_{13,5} = +\frac{3}{8}e^5$$

$$(1)_{13,1} = +e + \frac{271}{16}e^3 + \frac{6355}{48}e^5 \qquad (1)_{13,3} = +\frac{1469}{48}e^3 + \frac{40517}{128}e^5 \qquad (1)_{13,5} = +\frac{563347}{1920}e^5$$

$$(3)_{13,1} = +\frac{1}{2}e^3 + \frac{1183}{192}e^5 \qquad (3)_{13,3} = -\frac{1}{6}e^3 + \frac{3583}{384}e^5 \qquad (3)_{13,5} = -\frac{2623}{384}e^5$$

$$(5)_{13,1} = +\frac{1}{12}e^5 \qquad (5)_{13,3} = -\frac{1}{24}e^5 \qquad (5)_{13,5} = +\frac{1}{120}e^5.$$

Die numerische Behandlung der angegebenen Reihenentwickelung wird zweckmäßig mit dem Faktor

$$\frac{m'}{1+m}\,\frac{1}{\sqrt{1-e^2}}\left(\frac{a}{a'}\right)^{k+l+1}$$

verknüpft, der zur Abkürzung mit μ_{k+l+1} bezeichnet werden soll. Die Substitution der bekannten Zahlenwerte in diesen Ausdruck ergibt folgende Werte, wenn man gleichzeitig, um die Endglieder der Störungen sofort in Bogensekunden zu erhalten, die Multiplikation mit 206265 ausführt:

$$\log \mu_3 = 0.58813 \qquad \log \mu_7 = 8.94001 \qquad \log \mu_{11} = 7.29190$$
$$\log \mu_4 = 0.17610 \qquad \log \mu_8 = 8.52798 \qquad \log \mu_{12} = 6.87987$$
$$\log \mu_5 = 9.76407 \qquad \log \mu_9 = 8.11595 \qquad \log \mu_{13} = 6.46784.$$
$$\log \mu_6 = 7.35204 \qquad \log \mu_{10} = 7.70392$$

Durch Einführung des numerischen Wertes der Exzentrizität der Saturnbahn erhielt ich nun für die zur Berechnung der $C_{k,l}$-Funktionen erforderlichen Größen

$$\mu_{k+l+1}\left(\frac{a'}{r'}\right)^{k+l+1}\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} m f'$$

folgendes Resultat, dessen Kontrollierung durch Einsetzen spezieller Werte von M' bewirkt wurde:

$$\mu_3\left(\frac{a'}{r'}\right)^3\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 2f' = -(9.02224)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} M' + (0.584915)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 2M' + (9.86470)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 3M' + (8.98546)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 4M'$$
$$+ (8.0363)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 5M' + (7.047)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 6M' + (6.050)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 7M'$$

$$\mu_3\left(\frac{a'}{r'}\right)^3 = +(0.590061) + (9.80204)\cos M' + (8.7130)\cos 2M' + (7.616)\cos 3M' + (6.512)\cos 4M'$$
$$+ (5.366)\cos 5M'.$$

$$\mu_4\left(\frac{a'}{r'}\right)^4\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 3f' = +(6.743)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} M' - (8.9098)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 2M' + (0.168356)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 3M' + (9.60474)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 4M'$$
$$+ (8.8423)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 5M' + (7.987)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 6M' + (7.077)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 7M' + (6.135)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 8M'$$

$$\mu_4\left(\frac{a'}{r'}\right)^4\cos f' = +(8.9146) + (0.180439)\cos M' + (9.39056)\cos 2M' + (8.4689)\cos 3M' + (7.490)\cos 4M'$$
$$+ (6.479)\cos 5M' + (5.455)\cos 6M'$$

$$\mu_4\left(\frac{a'}{r'}\right)^4\sin f' = +(0.176906)\sin M' + (9.38892)\sin 2M' + (8.4679)\sin 3M' + (7.490)\sin 4M'$$
$$+ (6.479)\sin 5M' + (5.455)\sin 6M'.$$

$$\mu_5\left(\frac{a'}{r'}\right)^5\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 4f' = +(6.933)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 2M' - (8.6715)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 3M' + (9.749815)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 4M' + (9.30283)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 5M'$$
$$+ (8.6332)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 6M' + (7.855)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 7M' + (7.012)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 8M' + (6.129)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 9M'$$

$$\mu_5\left(\frac{a'}{r'}\right)^5\cos 2f' = +(7.114) + (8.2063)\cos M'\Big\} + (9.76537)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 2M' + (9.15258)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 3M' + (8.3563)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 4M'$$
$$\mu_5\left(\frac{a'}{r'}\right)^5\sin 2f' = + (8.2011)\sin M'\Big\} + (7.475)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 5M' + (6.545)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 6M' + (5.590)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 7M'$$

$$\mu_5\left(\frac{a'}{r'}\right)^5 = +(9.77049) + (9.20272)\cos M' + (8.2381)\cos 2M' + (7.231)\cos 3M' + (6.202)\cos 4M'$$
$$+ (5.144)\cos 5M'.$$

$$\mu_6\left(\frac{a'}{r'}\right)^6\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 5f' = +(6.874)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 3M' - (8.38098)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 4M' + (9.32923)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 5M' + (8.97617)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 6M'$$
$$+ (8.38365)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 7M' + (7.6711)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 8M' + (6.886)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 9M' + (6.051)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 10M'$$

$$\mu_6\left(\frac{a'}{r'}\right)^6\cos 3f' = +(5.352)\Big\{ +(6.418)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} M' + (5.741)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 2M' + (9.35012)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 3M' + (8.8633)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 4M'$$
$$\mu_6\left(\frac{a'}{r'}\right)^6\sin 3f' = \Big\{ + (8.1648)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 5M' + (7.364)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 6M' + (6.504)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 7M' + (5.600)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 8M'$$

$$\mu_6 \left(\frac{a'}{r'}\right)^6 \cos f' = +(8.3952) + (9.36499)\cos M' + (8.6961)\cos 2M' + (7.863)\cos 3M' + (6.955)\cos 4M' + (6.005)\cos 5M' + (5.051)\cos 6M'$$

$$\mu_6 \left(\frac{a'}{r'}\right)^6 \sin f' = +(9.35573)\sin M' + (8.6921)\sin 2M' + (7.861)\sin 3M' + (6.955)\sin 4M' + (6.005)\sin 5M' + (5.051)\sin 6M'.$$

$$\mu_7 \left(\frac{a'}{r'}\right)^7 \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 6f' = -(4.894)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 3M' + (6.7064)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 4M' - (8.06150)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 5M' + (8.90657)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 6M' + (8.63297)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 7M' + (8.10656)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 8M' + (7.4524)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 9M' + (6.717)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 10M' + (5.940)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 11M'$$

$$\mu_7 \left(\frac{a'}{r'}\right)^7 \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 4f' = +(5.869)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 2M' - (7.3693)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 3M' + (8.93294)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 4M' + (8.51500)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 5M' + (7.9274)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 6M' + (7.1957)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 7M' + (6.392)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 8M' + (5.531)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 9M'$$

$$\mu_7 \left(\frac{a'}{r'}\right)^7 \cos 2f' = +(6.817) + (7.8635)\cos M' + (8.94837)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 2M' + (8.41977)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 3M' + (7.6919)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 4M' + (7.8566)\sin M' + (6.868)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 5M' + (5.985)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 6M' + (5.054)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 7M'$$

$$\mu_7 \left(\frac{a'}{r'}\right)^7 = +(8.95346) + (8.52896)\cos M' + (7.6602)\cos 2M' + (6.727)\cos 3M' + (5.753)\cos 4M'.$$

$$\mu_8 \left(\frac{a'}{r'}\right)^8 \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 7f' = -(4.850)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 4M' + (6.485)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 5M' - (7.7234)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 6M' + (8.48172)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 7M' + (8.27777)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 8M' + (7.80951)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 9M' + (7.2064)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 10M' + (6.519)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 11M' + (5.783)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 12M'$$

$$\mu_8 \left(\frac{a'}{r'}\right)^8 \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 5f' = +(5.569)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 3M' - (7.2578)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 4M' + (8.51375)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 5M' + (8.20797)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 6M' + (7.6591)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 7M' + (6.987)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 8M' + (6.237)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 9M' + (5.442)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 10M'$$

$$\mu_8 \left(\frac{a'}{r'}\right)^8 \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 3f' = +(5.141) + (6.219)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} M' + (7.2736)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 2M' + (8.53445)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 3M' + (8.11087)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 4M' + (7.4675)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 5M' + (6.715)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 6M' + (5.895)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 7M' + (5.033)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 8M'$$

$$\mu_8 \left(\frac{a'}{r'}\right)^8 \cos f' = +(7.7519) + (8.55321)\cos M' + (7.9752)\cos 2M' + (7.2150)\cos 3M' + (6.367)\cos 4M' + (5.468)\cos 5M' + (4.528)\cos 6M'$$

$$\mu_8 \left(\frac{a'}{r'}\right)^8 \sin f' = +(8.53585)\sin M' + (7.9681)\sin 2M' + (7.2108)\sin 3M' + (6.364)\sin 4M' + (5.468)\sin 5M' + (4.528)\sin 6M'.$$

$$\mu_9 \left(\frac{a'}{r'}\right)^9 \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 8f' = -(4.749)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 5M' + (6.228)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 6M' - (7.3717)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 7M' + (8.05460)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 8M'$$
$$+ (7.9134)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 9M' + (7.4972)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 10M' + (6.940)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 11M' + (6.293)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 12M'$$
$$+ (5.602)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 13M'$$

$$\mu_9 \left(\frac{a'}{r'}\right)^9 \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 6f' = +(5.460)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 4M' - (7.0184)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 5M' + (8.09251)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 6M' + (7.8578)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 7M'$$
$$+ (7.3687)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 8M' + (6.749)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 9M' + (6.046)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 10M' + (5.292)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 11M'$$

$$\mu_9 \left(\frac{a'}{r'}\right)^9 \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\{ 4f' = +(4.496)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} M' + (5.596)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 2M' + (6.566)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 3M' + (8.11860)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 4M'$$
$$+ (7.7807)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 5M' + (7.2087)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 6M' + (6.518)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 7M' + (5.751)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 8M'$$
$$+ (4.936)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 9M'$$

$$\mu_9 \left(\frac{a'}{r'}\right)^9 \cos 2f' = +(6.318) + (7.2681)\cos M' + (8.13394)\cos 2M' + (7.6737)\cos 3M' + (7.0037)\cos 4M'$$
$$+ (6.229)\cos 5M' + (5.392)\cos 6M' + (4.496)\cos 7M'$$

$$\mu_9 \left(\frac{a'}{r'}\right)^9 \sin 2f' = +(7.2581)\sin M' + (8.13382)\sin 2M' + (7.6737)\sin 3M' + (7.0037)\sin 4M'$$
$$+ (6.229)\sin 5M' + (5.392)\sin 6M' + (4.496)\sin 7M'$$

$$\mu_9 \left(\frac{a'}{r'}\right)^9 = +(8.13891) + (7.8195)\cos M' + (7.0285)\cos 2M + (6.157)\cos 3M' + (5.236)\cos 4M'$$
$$+ (4.262)\cos 5M'.$$

$$\mu_{10} \left(\frac{a'}{r'}\right)^{10} \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 9f' = -(4.607)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 6M' + (5.947)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 7M' - (7.0103)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 8M' + (7.6251)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 9M'$$
$$+ (7.5417)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 10M' + (7.1718)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 11M' + (6.658)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 12M' + (6.075)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 13M'$$
$$+ (5.403)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 14M'$$

$$\mu_{10} \left(\frac{a'}{r'}\right)^{10} \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 7f' = +(5.317)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 5M' - (6.727)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 6M' + (7.6691)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 7M' + (7.4975)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 8M'$$
$$+ (7.0616)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 9M' + (6.490)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 10M' + (5.844)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 11M' + (5.119)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 12M'$$

$$\mu_{10} \left(\frac{a'}{r'}\right)^{10} \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 5f' = +(5.005)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 3M' + (4.658)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 4M' + (7.7008)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 5M' + (7.4357)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 6M'$$
$$+ (6.925)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 7M' + (6.288)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 8M' + (5.573)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 9M' + (4.783)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 10M'$$

$$\mu_{10} \left(\frac{a'}{r'}\right)^{10} \cos 3f' = +(4.783)\Big\{ + (5.776)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} M' + (6.756)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 2M' + (7.7212)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 3M' + (7.3509)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 4M'$$

$$\mu_{10} \left(\frac{a'}{r'}\right)^{10} \sin 3f' = \Big\{ + (6.755)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 5M' + (6.046)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 6M' + (5.260)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 7M' + (4.482)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 8M'$$

$$\mu_{10} \left(\frac{a'}{r'}\right)^{10} \cos f' = +(7.0590) + (7.7449)\cos M' + (7.2384)\cos 2M' + (6.538)\cos 3M' \Big\{ + (5.741)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 4M'$$

$$\mu_{10} \left(\frac{a'}{r'}\right)^{10} \sin f' = +(7.7172)\sin M' + (7.2274)\sin 2M' + (6.532)\sin 3M' \Big\{ + (4.880)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} 5M'.$$

$$\mu_{11}\left(\frac{a'}{r'}\right)^{11}\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,10\,f' = -\overline{(4.333)}\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,7\,M' + (5.646)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,8\,M' - (6.641)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,9\,M' + (7.1931)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,10\,M'$$
$$+ (7.1640)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,11\,M' + (6.837)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,12\,M' + (6.362)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,13\,M' + (5.820)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,14\,M'$$
$$+ (5.178)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,15\,M'$$

$$\mu_{11}\left(\frac{a'}{r'}\right)^{11}\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,8\,f' = +(5.105)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,6\,M' - (6.406)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,7\,M' + (7.2437)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,8\,M' + (7.1296)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,9\,M'$$
$$+ (6.742)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,10\,M' + (6.213)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,11\,M' + (5.610)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,12\,M' + (4.925)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,13\,M'$$

$$\mu_{11}\left(\frac{a'}{r'}\right)^{11}\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,6\,f' = +(4.468)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,4\,M' - (5.712)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,5\,M' + (7.2810)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,6\,M' + (7.0800)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,7\,M'$$
$$+ (6.6245)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,8\,M' + (6.036)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,9\,M' + (5.371)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,10\,M' + (4.634)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,11\,M'$$

$$\mu_{11}\left(\frac{a'}{r'}\right)^{11}\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,4\,f' = +(4.195)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,M' + (5.216)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,2\,M' + (6.221)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,3\,M' + (7.3068)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,4\,M'$$
$$+ (7.0116)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,5\,M' + (6.480)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,6\,M' + (5.826)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,7\,M' + (5.091)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,8\,M'$$
$$+ (4.292)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,9\,M'$$

$$\mu_{11}\left(\frac{a'}{r'}\right)^{11}\cos 2\,f' = +(5.728) + (6.599)\cos M' + (7.3220)\cos 2\,M' \Big\} + (6.918)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,3\,M' + (6.3001)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,4\,M'$$
$$\mu_{11}\left(\frac{a'}{r'}\right)^{11}\sin 2\,f' = \quad + (6.584)\sin M' + (7.3216)\sin 2\,M' \Big\} + (5.568)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,5\,M' + (4.769)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,6\,M'$$
$$\mu_{11}\left(\frac{a'}{r'}\right)^{11} = +(7.3268) + (7.0893)\cos M' + (6.363)\cos 2\,M' + (5.547)\cos 3\,M' + (4.672)\cos 4\,M'.$$

$$\mu_{12}\left(\frac{a'}{r'}\right)^{12}\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,11\,f' = -(4.084)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,8\,M' + (5.329)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,9\,M' - (6.2657)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,10\,M' + (6.7584)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,11\,M'$$
$$+ (6.7811)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,12\,M' + (6.4943)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,13\,M' + (6.0554)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,14\,M' + (5.550)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,15\,M'$$
$$+ (4.937)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,16\,M'$$

$$\mu_{12}\left(\frac{a'}{r'}\right)^{12}\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,9\,f' = +(4.862)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,7\,M' - (6.0671)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,8\,M' + (6.8159)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,9\,M' + (6.7551)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,10\,M'$$
$$+ (6.4111)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,11\,M' + (5.9217)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,12\,M' + (5.359)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,13\,M' + (4.700)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,14\,M'$$

$$\mu_{12}\left(\frac{a'}{r'}\right)^{12}\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,7\,f' = +(4.159)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,5\,M' - (5.693)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,6\,M' + (6.8592)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,7\,M' + (6.7158)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,8\,M'$$
$$+ (6.3095)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,9\,M' + (5.766)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,10\,M' + (5.149)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,11\,M' + (4.448)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,12\,M'$$

$$\mu_{12}\left(\frac{a'}{r'}\right)^{12}\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,5\,f' = +(3.658)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,2\,M' + (4.643)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,3\,M' + (5.636)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,4\,M' + (6.8904)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,5\,M'$$
$$+ (6.6605)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,6\,M' + (6.1852)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,7\,M' + (5.581)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,8\,M' + (4.889)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,9\,M'$$
$$+ (4.135)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}\,10\,M'$$

$$\mu_{12}\left(\frac{a'}{r'}\right)^{12}\cos 3f' = +(4.278)\Big\} + (5.222)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}M' + (6.1147)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}2M' + (6.9105)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}3M' + (6.5853)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}4M'$$

$$\mu_{12}\left(\frac{a'}{r'}\right)^{12}\sin 3f' = \Big\{ + (6.0322)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}5M' + (5.361)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}6M' + (4.651)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}7M'$$

$$\mu_{12}\left(\frac{a'}{r'}\right)^{12}\cos f' = +(6.3391) + (6.9399)\cos M' + (6.4911)\cos 2M' + (5.843)\cos 3M'\Big\} + (5.090)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}4M'$$

$$\mu_{12}\left(\frac{a'}{r'}\right)^{12}\sin f' = + (6.8999)\sin M' + (6.4751)\sin 2M' + (5.834)\sin 3M'\Big\} + (4.242)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}5M'.$$

$$\mu_{13}\left(\frac{a'}{r'}\right)^{13}\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}12f' = -(3.830)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}9M' + (5.001)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}10M' - (5.884)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}11M' + (6.3206)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}12M'$$
$$+ (6.3935)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}13M' + (6.1438)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}14M' + (5.739)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}15M' + (5.272)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}16M'$$
$$+ (4.683)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}17M'$$

$$\mu_{13}\left(\frac{a'}{r'}\right)^{13}\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}10f' = -(3.167)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}7M' + (4.592)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}8M' - (5.715)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}9M' + (6.3855)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}10M'$$
$$+ (6.3753)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}11M' + (6.0717)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}12M' + (5.619)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}13M' + (5.094)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}14M'$$
$$+ (4.472)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}15M'$$

$$\mu_{13}\left(\frac{a'}{r'}\right)^{13}\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}8f' = +(3.915)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}6M' - (5.365)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}7M' + (6.4352)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}8M' + (6.3448)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}9M'$$
$$+ (5.983)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}10M' + (5.479)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}11M' + (4.896)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}12M' + (4.231)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}13M'$$

$$\mu_{13}\left(\frac{a'}{r'}\right)^{13}\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}6f' = +(3.070)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}3M' + (4.048)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}4M' + (4.933)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}5M' + (6.4719)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}6M'$$
$$+ (6.3002)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}7M' + (5.8754)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}8M' + (5.316)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}9M' + (4.672)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}10M'$$
$$+ (3.959)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}11M'$$

$$\mu_{13}\left(\frac{a'}{r'}\right)^{13}\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}4f' = +(3.723)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}M' + (5.357)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}2M' + (5.625)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}3M' + (6.4972)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}4M'$$
$$+ (6.2390)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}5M' + (5.5770)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}6M' + (5.123)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}7M' + (4.422)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}8M'$$
$$+ (3.672)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\}9M'$$

$$\mu_{13}\left(\frac{a'}{r'}\right)^{13}\cos 2f' = +(5.102) + (5.894)\cos M' + (6.5123)\cos 2M' + (6.1566)\cos 3M' + (5.5801)\cos 4M'$$
$$+ (4.891)\cos 5M' + (4.121)\cos 6M' + (3.313)\cos 7M'$$

$$\mu_{13}\left(\frac{a'}{r'}\right)^{13}\sin 2f' = + (5.875)\sin M' + (6.5118)\sin 2M' + (6.1566)\sin 3M' + (5.5801)\sin 4M'$$
$$+ (4.891)\sin 5M' + (4.121)\sin 6M' + (3.313)\sin 7M'$$

$$\mu_{13}\left(\frac{a'}{r'}\right)^{13} = +(6.5169) + (6.3457)\cos M' + (5.675)\cos 2M' + (4.906)\cos 3M' + (4.059)\cos 4M'$$
$$+ (3.167)\cos 5M'.$$

Die erhaltenen, bereits in logarithmischer Form angesetzten Koeffizienten wurden nun mit den entsprechenden Koeffizienten der $D_{k,l}$-Funktionen multipliziert, und so gelangte ich zu nachstehenden, wiederum logarithmisch angegebenen Werten für die $C_{k,l}$-Koeffizienten:

	$C_{k,l}$											
k, l	cos 0 M'	cos M' sin M'	cos 2 M' sin 2 M'	cos 3 M' sin 3 M'	cos 4 M' sin 4 M'	cos 5 M' sin 5 M'	cos 6 M' sin 6 M'	cos 7 M' sin 7 M'	cos 8 M' sin 8 M'	cos 9 M' sin 9 M'	cos 10 M' sin 10 M'	cos 11 M' sin 11 M'
2,0	9.98786	9.37539 7.1128 n	0.457922 n 8.67552	9.73884 n 7.9553	8.85986 n 7.0760	7.9113 n 6.127	6.922 n 5.138	5.925 n —				
1,1	7.8478 n	7.0899 9.19527	8.94062 n 0.757947 n	8.22011 n 0.037749 n	7.3407 n 9.15849 n	6.392 n 8.2093 n	5.402 n 7.220 n	— 6.223 n				
0,2	9.96984	8.86999 7.0376	0.4558846 8.60027 n	9.73454 7.8801 n	8.85491 7.0008 n	7.9053 6.052 n	6.916 5.062 n	5.919 —				
3,0	6.403 n	7.6684 n 9.75040 n	7.3032 n 9.15390 n	8.35449 9.95880	7.7917 9.39841	7.0301 8.63689	6.175 7.7818	5.265 6.873	— 5.931			
2,1	8.48545	9.75049 7.4639	9.38512 7.4871 n	0.436467 n 8.80841	9.87392 n 8.2444	9.11176 n 7.4820	8.25672 n 6.627	7.3468 n 5.717	6.405 n —			
1,2	6.781 n	8.04805 n 9.72100 n	7.1847 8.81070	8.78347 n 0.436888 n	8.21880 n 9.87227 n	7.4558 n 9.10958 n	6.601 n 8.25406 n	5.691 n 7.3439 n	4.748 n 6.402 n			
0,3	8.45492	9.72104 7.5635 n	8.55096 6.653	9.96008 8.27940 n	9.39345 7.7152 n	8.63022 6.952 n	7.7745 6.097 n	6.864 5.187 n	5.922 —			
4,0	8.91598	8.24005 5.911	9.25283 n 7.4728	8.84367 n 7.1959	9.477266 7.9991 n	9.03671 7.5551 n	8.36866 6.888 n	7.5922 6.110 n	6.750 5.266 n	5.867 —		
3,1	7.3007 n	6.785 n 7.9937 n	7.3845 n 9.55572 n	7.5821 n 9.27882 n	8.58580 0.081448	8.13956 9.63766	7.4703 8.96886	6.693 8.19145	5.849 7.3487	— 6.466		
2,2	9.18873	8.62511 6.235	8.22167 7.8041	9.19282 7.4900 n	0.259487 n 8.74500	9.81259 n 8.29667	9.14298 n 7.6264	8.36522 n 6.849	7.5218 n 6.005	6.639 n 5.122		
1,3	7.2889 n	6.869 n 7.9502 n	7.9090 n 9.51693 n	6.991 8.31754	8.55011 n 0.085167 n	8.10072 n 9.63528 n	7.4296 n 8.96487 n	6.652 n 8.18667 n	5.808 n 7.3428 n	4.925 n 6.460 n		
0,4	8.85800	8.37822 5.793 n	9.21732 7.3598 n	8.17173 6.146	9.48472 7.9276 n	9.03197 7.4771 n	8.36078 6.806 n	7.5821 6.029 n	6.739 5.185 n	5.855 —		
5,0	5.674 n	6.644 n 8.72428 n	5.975 n 8.06032 n	7.1643 8.77137	6.987 8.49886	7.6232 n 9.00410 n	7.2765 n 8.66181 n	6.688 n 8.07188 n	5.975 n 7.3617 n	5.190 n 6.578 n	— 5.743 n	
4,1	7.7604	8.72965 7.1537	8.06108 6.490	9.25207 n 7.4654	9.07147 n 7.5198	9.70690 8.31345 n	9.36030 7.9628 n	8.76941 7.3718 n	8.05767 6.659 n	7.2737 5.874 n	6.439 5.039 n	
3,2	6.447 n	7.4173 n 8.98345 n	6.748 n 8.31973 n	7.1173 9.10326 n	7.6138 n 9.20008 n	8.60304 0.011486	8.24920 9.66069	7.6566 9.06874	6.944 8.35660	6.159 7.5718	5.324 6.737	
2,3	8.01870	8.98851 7.0253	8.31973 6.362	9.00213 n 7.8189	8.92231 7.3522 n	0.014780 n 8.59017	9.65997 n 8.23426	9.06700 n 7.6405	8.35430 n 6.927	7.5688 n 6.142	6.734 n 5.307	
1,4	6.355 n	7.3263 n 8.6371 n	6.656 n 7.9736 n	7.6955 n 9.20949 n	6.699 7.7466	8.27462 n 9.71683 n	7.9164 n 9.35815 n	7.3243 n 8.76418 n	6.609 n 8.05115 n	5.824 n 7.2648 n	4.989 n 6.430 n	
0,5	7.6730	8.64246 6.476 n	7.9736 5.813 n	8.73512 7.0492 n	7.7701 5.602	9.02070 7.5587 n	8.65830 7.1987 n	8.06333 6.604 n	7.3502 5.891 n	6.563 5.106 n	5.728 —	
6,0	7.9354	7.2550 5.382	8.24814 n 6.473	7.7707 n 6.029	8.29692 6.822 n	8.13523 6.907 n	8.53490 n 7.2363	8.27796 n 6.974	7.7556 n 6.450	7.1021 n 5.799	6.371 n 5.064	5.594 n 4.286
5,1	6.641 n	6.167 7.4658	6.340 8.55677 n	5.079 8.11237 n	7.3081 8.90457	7.3700 8.81202	8.00894 n 9.31865 n	7.7411 n 9.05607 n	7.2162 n 8.53240 n	6.563 n 7.8794 n	5.828 n 7.1446 n	5.051 n 6.369 n
4,2	8.37407	7.8918 n 6.173 n	8.10799 n 7.2652	7.0515 n 6.716	9.01752 n 6.968	9.08140 n 7.6041	9.72185 8.39985 n	9.45388 8.12736 n	8.92888 7.6012 n	8.27533 6.947 n	7.5409 6.212 n	6.764 5.435 n
3,3	6.934 n	6.604 n 7.7102 n	7.0149 n 8.80201 n	6.589 n 8.26766 n	7.5184 8.02007 n	7.5270 n 9.02910 n	8.51624 9.85173	8.23995 9.57861	7.7129 9.05233	7.0579 8.39820	6.323 7.0629	5.546 6.886
2,4	8.33250	7.9774 6.014	8.27124 7.1075	7.8886 6.387	8.94349 n 7.7043	8.61220 7.1386 n	9.73142 n 8.38126	9.45338 n 8.10199	8.92584 n 7.5741	8.27119 n 6.920	7.5350 n 6.183	6.758 n 5.406
1,5	6.621 n	6.396 n 7.3473 n	7.0726 n 8.43987 n	6.438 n 7.7925 n	7.4338 n 8.86343 n	6.362 7.0622	7.9716 n 9.33781 n	7.6903 n 9.05506 n	7.1617 n 8.52630 n	6.505 n 7.8711 n	5.770 n 7.1341 n	4.993 n 6.357 n
0,6	7.8102	7.5460 5.189 n	8.14582 6.281 n	7.5564 5.643 n	8.26498 6.706 n	7.3546 4.845	8.56371 7.1801 n	8.27646 6.898	7.7466 6.366 n	7.0910 5.712 n	6.353 4.977 n	5.576 4.200 n

$C_{k,l}$

k, l	$\cos 0\ M'$	$\cos M'$ $\sin M'$	$\cos 2\ M'$ $\sin 2\ M'$	$\cos 3\ M'$ $\sin 3\ M'$	$\cos 4\ M'$ $\sin 4\ M'$	$\cos 5\ M'$ $\sin 5\ M'$	$\cos 6\ M'$ $\sin 6\ M'$	$\cos 7\ M'$ $\sin 7\ M'$	$\cos 8\ M'$ $\sin 8\ M'$	$\cos 9\ M'$ $\sin 9\ M'$	$\cos 10\ M'$ $\sin 10\ M'$	$\cos 11\ M'$ $\sin 11\ M'$	$\cos 12\ M'$ $\sin 12\ M'$	$\cos 13\ M'$ $\sin 13\ M'$	$\cos 14\ M'$ $\sin 14\ M'$
7,0	4.898 n	5.699 n	4.699 n	6.182	5.875	6.447 n	6.438 n	6.838	6.651	6.185	5.588	4.901	—		
		7.7651 n	7.0924 n	7.7794	7.4379	7.8248 n	7.7595 n	8.06688	7.8870	7.4241	6.824	6.140	5.401		
6,1	6.977	7.7755	6.756	8.26633 n	7.9565 n	8.53138	8.52030	8.91952 n	8.73263 n	8.26846 n	7.6669 n	6.980 n	6.246 n		
		6.531	5.991	6.083	6.037	7.0663 n	7.1670 n	7.6808	7.4870	7.0212	6.421	5.733	4.997		
5,2	5.919 n	6.718 n	5.968 n	6.915	6.382	7.1258	7.5100	8.15467 n	7.9547 n	7.4874 n	6.885 n	6.198 n	5.462 n		
		8.18899 n	7.6633 n	7.9346 n	7.8278 n	8.80014	8.89521	9.40375 n	9.21015 n	8.74440 n	8.14230 n	7.4556 n	6.721 n		
4,3	7.3995	8.19915	7.4470	8.39928 n	7.86812 n	8.60022 n	8.98684 n	9.63230	9.43231	8.96501	8.36227	7.6753	6.939		
		6.795	6.377	7.1216	6.732	6.955 n	7.5711	8.37186 n	8.16664 n	7.6980 n	7.0946 n	6.407 n	5.671 n		
3,4	6.134 n	6.935 n	6.356 n	5.255 n	6.270 n	7.5442	7.3714 n	8.36566	8.15600	7.6863	7.0828	6.394	5.658		
		8.13053 n	7.7088 n	8.44523 n	8.07177 n	8.41251	8.80588 n	9.63861	9.43251	8.96371	8.36038	7.6731	6.937		
2,5	7.3392	8.14038	7.5441	7.3485 n	7.2975	8.74003 n	8.28040	9.42268 n	9.21076 n	8.74053 n	8.13662 n	7.4489 n	6.712 n		
		6.408	6.093	7.0170	6.328	7.5205	6.884 n	8.13612	7.9229	7.4524	6.849	6.160	5.423		
1,6	5.789 n	6.594 n	6.134 n	6.793 n	6.196 n	7.1411 n	6.000	7.6494 n	7.4338 n	6.963 n	6.358 n	5.669 n	4.933 n		
		7.5884 n	7.2448 n	8.12866 n	7.5269 n	8.49726 n	6.041	8.95110 n	8.73365 n	8.26201 n	7.6575 n	6.970 n	6.232 n		
0,7	6.796	7.5981	7.1079	7.6599	7.1307	7.8026	6.928	8.11119	7.8885	7.4155	6.810	6.124	5.384		
		5.439 n	5.079 n	5.968 n	5.380 n	6.342 n	4.000	6.794 n	6.577 n	6.104 n	5.499 n	4.811 n	4.075 n		
8,0	6.997	6.318	7.3006 n	6.813 n	7.3130	7.0821	7.3520 n	7.3749 n	7.5981	7.4904	7.0321	6.528	5.886	5.195	
		4.656	5.532	5.000	5.839 n	5.643 n	6.0569	6.1238	6.4297 n	6.3117 n	5.909 n	5.352 n	4.705 n	4.014 n	
7,1	5.934 n	5.447 n	5.978	5.591	6.161	6.072	6.775 n	6.927 n	7.3338	7.2090	6.797	6.241	5.596	4.905	
		6.740 n	7.6148 n	7.0755 n	7.9276	7.7222	8.13997 n	8.20624 n	8.51092	8.39463	7.9842	7.4293	6.783	6.095	
6,2	7.5503	7.1072	7.4784 n	7.1329 n	7.9838 n	7.8685 n	8.52118	8.66577	9.06416 n	8.93962 n	8.52733 n	7.9717 n	7.3255 n	6.636 n	
		5.713	6.589	6.100	6.391 n	5.447 n	7.0220 n	7.3583 n	7.8786	7.7455	7.3312	6.775	6.129	5.438	
5,3	6.404 n	6.090 n	5.462 n	5.255	6.954	6.592	6.350	7.5269	8.17849 n	8.03866 n	7.6227 n	7.0658 n	6.419 n	5.728 n	
		7.1483 n	8.02366 n	7.5446 n	7.7077	6.771 n	8.55024	8.86410	9.37383 n	9.24148 n	8.82738 n	8.27098 n	7.6245 n	6.934 n	
4,4	7.6721	7.3718	7.0523	6.233 n	8.25372 n	7.8910 n	7.7036 n	8.82965 n	9.47888	9.33910	8.92324	8.36616	7.7192	7.0284	
		5.918	6.795	6.365	6.793	6.620	7.2524 n	7.4654	8.27275 n	8.12694 n	7.7096 n	7.1520 n	6.504 n	5.813 n	
3,5	6.389 n	6.190 n	6.494 n	5.973 n	6.583	5.643 n	7.4506	7.1700 n	8.17161	8.02082	7.6023	7.0441	6.396	5.705	
		7.0708 n	7.9469 n	7.5182 n	7.9599 n	7.7977 n	8.41406	8.54908 n	9.38961	9.24278	8.82522	8.26748	7.6201	6.928	
2,6	7.4346	7.2338	7.5283	6.995	7.6900 n	5.959	8.47624 n	7.9356	9.09578 n	8.94225 n	8.52302 n	7.9647 n	7.3170 n	6.625 n	
		5.525	6.403	6.025	6.841	6.199	7.2925	6.601 n	7.8647	7.7099	7.2905	6.732	6.083	5.392	
1,7	5.898 n	5.771 n	6.243 n	5.820 n	6.487 n	5.929 n	6.834 n	5.556	7.3137 n	7.1553 n	6.736 n	6.173 n	5.526 n	4.835 n	
		6.504 n	7.3817 n	6.995 n	7.7726 n	7.2132 n	8.11883 n	5.771 n	8.55845 n	8.39855 n	7.9777 n	7.4188 n	6.771 n	6.078 n	
0,8	6.762	6.634	7.0917	6.661	7.1798	6.697	7.3456	6.496	7.6616	7.4957	7.0733	6.513	5.863	5.172	
		4.337 n	5.213 n	4.845 n	5.613 n	5.041 n	5.964 n	4.000	6.401 n	6.241 n	5.815 n	5.258 n	4.611 n	—	
9,0	—	—	—	5.252	4.882	5.507 n	5.242 n	5.722	5.799	6.041 n	5.980 n	5.610 n	5.096 n	—	—
		6.844 n	6.176 n	6.839	6.488	6.851 n	6.708 n	6.875	6.984	7.124 n	7.090 n	6.732 n	6.226 n	5.643 n	—
8,1	6.183	6.851	5.602 n	7.384 n	7.0179 n	7.559	7.447	7.733 n	7.8763 n	8.0934	8.0449	7.682	7.170	6.594	5.922
		5.841	5.351	5.252 n	4.882	5.993 n	5.954 n	6.477	6.661	6.973 n	6.914 n	6.553 n	6.040 n	5.457 n	—
7,2	5.312 n	5.998 n	5.000 n	6.309	5.939	5.000 n	5.778	6.820 n	7.164 n	7.579	7.508	7.143	6.631	6.048	5.376
		7.376 n	6.908 n	6.708 n	6.279 n	7.805	7.746	8.2036 n	8.4062 n	8.7071	8.6485	8.2342	7.773	7.193	6.521
6,3	6.715	7.393	6.431	7.658 n	7.299 n	7.276 n	7.582 n	8.3714	8.6897	9.08582 n	9.01787 n	8.6514 n	8.1392 n	7.558 n	6.886 n
		6.285	5.903	6.301	5.905	6.653 n	6.255 n	6.724 n	7.422 n	7.948	7.870	7.503	6.989	6.406	5.734
5,4	5.708 n	6.394 n	5.699 n	6.322	6.000	6.813	6.602	6.799 n	7.467	8.1252 n	8.0394 n	7.6683 n	7.155 n	6.571 n	5.899 n
		7.480 n	7.143 n	7.615 n	7.230 n	7.885	7.408	8.1446	8.7630	9.27214 n	9.19524 n	8.8268 n	8.3134 n	7.736 n	7.060 n
4,5	6.813	7.494	6.845	7.375 n	7.029 n	7.973 n	7.765 n	7.900	8.6312 n	9.28167	9.19631	8.8259 n	8.3122	7.729	7.057
		6.246	6.000	6.602	6.220	6.146	6.398	7.272 n	7.310	8.1242 n	8.0322 n	7.660 n	7.144 n	6.561 n	5.889 n
3,6	5.663 n	6.349 n	5.842 n	5.602 n	5.164 n	6.626	5.301	7.292	6.940 n	7.945	7.848	7.476	6.957	6.374	5.702
		7.217 n	6.978 n	7.609 n	7.230 n	7.241 n	7.476 n	8.3043	8.2704 n	9.11458	9.02123	8.6490	8.1342	7.550	6.878
2,7	6.547	7.233	6.748	6.633	6.204	7.543 n	6.477 n	8.1784 n	7.587	8.7550 n	8.6541 n	8.2801 n	7.765 n	7.179 n	6.507 n
		5.704	5.602	6.242	5.872	6.613	6.000	7.033	6.279 n	7.573	7.471	7.097	6.578	5.995	5.323
1,8	5.149 n	5.835 n	5.602 n	6.255 n	5.885 n	5.289 n	5.649	6.613 n	5.845 n	6.944 n	6.826 n	6.437 n	5.923 n	5.340 n	—
		6.499 n	6.342 n	7.049 n	6.672 n	7.391 n	6.863 n	7.732 n	5.602 n	8.1611 n	8.0527 n	7.677 n	7.158 n	6.574 n	5.902 n
0,9	5.839	6.525	6.146	6.591	6.193	6.699	6.230	6.892	6.041	7.215	7.097	6.713	6.200	5.617	—
		—	—	—	—	5.206 n	—	5.514 n	—	5.965 n	5.882 n	5.512 n	4.998 n	—	—

$C_{k,l}$

k, l	$\cos 0\,M'$	$\cos M'$ $\sin M'$	$\cos 2\,M'$ $\sin 2\,M'$	$\cos 3\,M'$ $\sin 3\,M'$	$\cos 4\,M'$ $\sin 4\,M'$	$\cos 5\,M'$ $\sin 5\,M'$	$\cos 6\,M'$ $\sin 6\,M'$	$\cos 7\,M'$ $\sin 7\,M'$	$\cos 8\,M'$ $\sin 8\,M'$	$\cos 9\,M'$ $\sin 9\,M'$	$\cos 10\,M'$ $\sin 10\,M'$	$\cos 11\,M'$ $\sin 11\,M'$	$\cos 12\,M'$ $\sin 12\,M'$	$\cos 13\,M'$ $\sin 13\,M'$	$\cos 14\,M'$ $\sin 14\,M'$
10,0	6.083	5.477 —	6.342 n —	5.845 n —	6.384 4.909 n	6.126 —	6.380 n 5.126	6.362 n —	6.394 5.342 n	6.591 5.477 n	6.672 n 5.602	6.699 n 5.626	6.398 n 5.299	5.923 n —	5.381 n —
9,1	5.230 n	4.992 n 5.971 n	5.436 6.699 n	5.032 6.041 n	4.845 6.998	— 6.748	5.772 n 7.173 n	5.778 n 7.143 n	6.127 7.3132	6.380 7.533	6.591 n 7.667 n	6.602 n 7.686 n	6.289 n 7.369 n	5.814 n 6.898 n	5.272 n 6.362 n
8,2	6.716	6.301 5.128	6.724 n 5.866	6.477 n 5.301	6.996 n 5.903 n	6.771 n 5.645 n	7.547 5.699 n	7.549 5.903 n	7.857 n 6.556	8.1238 n 6.940	8.3349 7.255 n	8.3410 7.250 n	8.0216 6.929 n	7.550 6.457 n	7.013 5.915 n
7,3	5.804 n	5.566 n 6.488 n	5.577 7.223 n	5.477 6.732 n	6.221 7.117	5.926 6.799	6.230 n 7.481	5.602 n 7.615	6.672 n 8.1268 n	7.272 n 8.4787 n	7.688 8.7740	7.670 8.7689	7.346 8.4472	6.873 7.975	6.331 7.436
6,4	6.959	6.699 5.528	6.000 n 6.266	6.477 n 5.862	7.480 n 5.000	7.199 n 5.070	7.250 6.639 n	6.940 n 6.415 n	8.1065 5.602	8.6376 7.403 n	9.02950 n 7.937	9.01385 n 7.909	8.6899 n 7.582	8.2159 n 7.107	7.676 n 6.565
5,5	5.960 n	5.722 n 6.569 n	5.602 n 7.307 n	5.000 6.929 n	6.400 6.869 n	6.105 6.690 n	6.519 7.766	6.505 7.508	7.009 n 7.281	7.356 8.6145	8.0179 n 9.12044 n	7.981 n 9.09464 n	7.653 n 8.7686 n	7.176 n 8.2936 n	6.634 n 7.752 n
4,6	6.875	6.716 5.470	6.740 6.208	5.477 5.845	7.318 n 6.279	6.982 n 5.952	7.600 n 5.954 n	7.565 n 6.114	7.996 7.190 n	8.4040 n 7.124	9.05123 7.939 n	9.01699 7.895 n	8.6888 7.566 n	8.2130 7.087 n	7.670 6.545 n
3,7	5.742 n	5.602 n 6.277 n	5.853 n 7.021 n	5.449 n 6.724 n	5.602 7.185 n	5.301 6.881 n	6.505 6.623	5.602 7.121 n	7.093 8.0934	6.681 n 7.977 n	7.695 8.8195	7.645 8.7753	7.314 8.4451	6.834 7.968	6.292 7.424
2,8	6.477	6.398 4.926	6.653 5.664	6.176 5.477	6.204 n 6.023	5.699 n 5.728	7.283 n 6.362	6.398 n 5.778	7.858 n 6.763	7.236 6.000 n	8.4031 n 7.265	8.3502 n 7.210	8.0183 n 6.881	7.540 n 6.398	6.995 n 5.856
1,9	5.105 n	— 5.537 n	5.436 6.271 n	5.032 n 6.041 n	5.562 n 6.672 n	5.267 n 6.322 n	5.772 n 6.996 n	5.301 n 6.491 n	6.146 n 7.336 n	5.000 5.000 n	6.613 n 7.759 n	6.544 n 7.698 n	6.210 n 7.364 n	5.735 n 6.881 n	5.193 n 6.339 n
0,10	5.649	5.699 —	5.985 —	5.699 —	6.114 —	5.768 —	6.230 —	5.845 —	6.431 5.089 n	5.699 —	6.771 5.555 n	6.699 5.526 n	6.356 5.199 n	5.881 —	5.339 —
11,0	—				— 5.560				4.699 5.940	4.699 n 5.908 n	5.114 n 6.188 n	5.146 6.173	5.230 6.272	4.976 6.000	4.537 5.580
10,1	5.380				6.017 n 4.845 n				6.818 n 5.491	6.880 5.732 n	7.180 6.072 n	7.231 n 6.204	7.318 n 6.274	7.043 n 6.000	6.610 n 5.569
9,2	—				5.257 5.602				5.845 n 7.312 n	6.301 7.489	6.699 7.823	6.919 n 7.948 n	6.973 n 8.020 n	6.699 n 7.742 n	6.260 n 7.308 n
8,3									7.192 —	7.875 n 6.477	8.245 n 7.079	8.441 7.398 n	8.500 7.454 n	8.220 7.167 n	7.788 6.728 n
7,4									— 7.279	6.000 n 7.949 n	7.301 n 8.471 n	7.716 8.758	7.746 8.803	7.459 8.521	7.020 8.087
6,5									7.041 n —	7.613 6.431	8.530 7.368 n	8.918 n 7.860	8.952 n 7.883	8.667 n 7.596	8.230 n 7.157
5,6									— 6.256	6.421 n 7.501 n	7.358 8.438	7.850 n 8.930 n	7.873 n 8.953 n	7.586 n 8.666 n	7.147 n 8.227 n
4,7									7.079 n —	7.580 6.266 n	8.155 n 7.203	8.798 7.695 n	8.809 7.718 n	8.520 7.431 n	8.078 6.992 n
3,8									— 7.001 n	5.955 7.826	6.892 n 7.681 n	7.384 8.509	7.407 8.510	7.120 8.220	6.681 7.775
2,9									6.683 —	7.491 n —	6.954 6.406 n	8.041 n 6.898	8.033 n 6.921	7.740 n 6.634	7.294 n 6.195
1,10									— 6.096	— 6.845 n	— —	— 7.362 n	— 7.342 n	— 7.031 n	— 6.592 n

$C_{k,l}$

k, l	cos 0 M'	cos 4 M' sin 4 M'	cos 8 M' sin 8 M'	cos 9 M' sin 9 M'	cos 10 M' sin 10 M'	cos 11 M' sin 11 M'	cos 12 M' sin 12 M'	cos 13 M' sin 13 M'	cos 14 M' sin 14 M'
12,0	5.204	5.462 —	5.415 4.389 n	5.556 4.299 n	5.400 n 4.301	5.785 n 4.699	5.681 4.699 n	5.860 4.845 n	5.633 4.645 n
11,1	4.119 n	4.301 n 6.093	5.176 6.354	5.301 6.479	5.322 n 6.430 n	5.756 n 6.816 n	5.799 6.787	5.939 6.943	5.699 6.708
10,2	5.903	6.079 n 6.041 n	6.924 n 5.000 n	7.053 n 5.000	7.086 6.114 n	7.509 6.398 n	7.549 n 6.556	7.687 n 6.672	7.450 n 6.448
9,3			— —	— 6.983 n	6.301 7.580	6.845 7.987	7.114 n 8.086 n	7.211 n 8.212 n	6.962 n 7.973 n
8,4			6.056 —	7.146 —	7.740 n 6.301	8.272 n 7.146	8.462 7.462 n	8.568 7.555 n	8.326 7.306 n
7,5			— 6.029 n	— 7.079	6.358 7.613 n	7.241 n 8.403 n	7.678 8.683	7.750 8.775	7.501 8.530
6,6			— —	6.477 n —	6.602 n 6.417	8.386 7.300 n	8.766 n 7.737	8.844 n 7.809	8.598 n 7.560
5,7			— —	— 6.845	6.341 n 7.653 n	7.224 8.210	7.661 n 8.713 n	7.734 n 8.781 n	7.484 n 8.528 n
4,8			— —	6.954 n —	7.732 6.128 n	7.886 n 7.011	8.524 7.448 n	8.579 7.521 n	8.324 7.271 n
3,9			— —	— 6.777 n	— 7.544	6.650 n 7.380 n	7.087 8.185	7.159 8.228	6.910 7.966
2,10			— —	6.391 —	7.114 n —	6.602 6.118 n	7.672 n 6.555	7.708 n 6.627	7.440 n 6.378
1,11			— —	— —	— 6.418 n	— —	— 6.954 n	— 6.946 n	— 6.697 n

Eine teilweise Kontrolle dieser Rechnungen ließ sich dadurch erzielen, daß die Multiplikationen auch auf die Summen zusammengehöriger Faktoren Anwendung fanden. Im übrigen wurden bei diesen sowie sämtlichen anderen Rechnungen alle Operationen, die nicht durch sichere Kontrollen Gewähr für ihre Richtigkeit boten, doppelt ausgeführt.

Es war weiterhin notwendig, die in den Ausdrücken für die Differentialquotienten der Störungsfunktion auftretenden Größen $U_{k,l} = (\cos E - e)^k \sin^l E$ in endliche trigonometrische Reihen mit dem Argument der exzentrischen Anomalie des Kometen zu entwickeln. Unter Benutzung der von Hansen bis zu den Werten $k + l = 5$ gegebenen analytischen Ausdrücke für die lediglich von der Exzentrizität des Kometen abhängigen Koeffizienten habe ich die außerdem bis zu $k + l = 11$ erforderlichen Koeffizienten nach folgenden Rekursionsformeln erhalten:

Es sei bereits bekannt die Reihenentwicklung

$$U_{k,l} = [0] + 2\,[1]\cos E + 2\,[2]\cos 2E + \ldots + 2\,[k+l-1]\cos(k+l-1)E + 2\,[k+l]\cos(k+l)E.$$

Dann ist

$$U_{k,l+1} = \{[0]-[2]\}\sin E + \{[1]-[3]\}\sin 2E + \{[2]-[4]\}\sin 3E + \ldots + \{[k+l-2]-[k+l]\}\sin(k+l-1)E + [k+l-1]\sin(k+l)E + [k+l]\sin(k+l+1)E,$$

$$U_{k+1,l} = \{[1]-[0]e\} + \{[2]+[0]-2\,[1]e\}\cos E + \{[3]+[1]-2\,[2]e\}\cos 2E + \ldots + \{[k+l]+[k+l-2]-2\,[k+l-1]e\}\cos(k+l-1)E + \{[k+l-1]-2\,[k+l]e\}\cos(k+l)E + [k+l]\cos(k+l+1)E.$$

Ist dagegen

$$U_{k,l} = 2\,[1]\sin E + 2\,[2]\sin 2E + \ldots + 2\,[k+l-1]\sin(k+l-1)E + 2\,[k+l]\sin(k+l)E,$$

so wird

$$U_{k,l+1} = [1] + [2]\cos E + \{[3]-[1]\}\cos 2E + \{[4]-[2]\}\cos 3E + \ldots + \{[k+l]-[k+l-2]\}\cos(k+l-1)E - [k+l-1]\cos(k+l)E - [k+l]\cos(k+l+1)E,$$

$$U_{k+1,l} = \{[2]-2\,[1]\,e\}\sin E + \{[3]+[1]-2\,[2]\,e\}\sin 2E + \{[4]+[2]-2\,[3]\,e\}\sin 3E + \ldots + \{[k+l]+[k+l-2] - 2\,[k+l-1]\,e\}\sin(k+l-1)E + \{[k+l-1]-2\,[k+l]\,e\}\sin(k+l)E + [k+l]\sin(k+l+1)E.$$

Um bei dieser Art der Rechnung einem Fortpflanzen etwaiger Fehler vorzubeugen, wurden von Zeit zu Zeit eine Anzahl von Koeffizienten mittelst der Bedingungsgleichung

$$0 = (k+l+i)\,\alpha_i - 2\,e\,(l+i-1)\,\alpha_{i-1} - 2\,(k-l)\,\alpha_{i-2} - 2\,e\,(l-i+3)\,\alpha_{i-3} + (k+l-i+4)\,\alpha_{i-4}$$

kontrolliert, wo die Koeffizienten allgemein mit α_i bezeichnet sind. Ist l gerade, so wird in dieser Gleichung $\alpha_{-i} = \alpha_i$, ist hingegen l ungerade, so ist $\alpha_0 = 0$ und $\alpha_{-i} = -\alpha_i$ zu setzen.

Die numerische Behandlung ergab folgende Werte der sogleich mit den entsprechenden Potenzen von $(1-e^2)$ multiplizierten Koeffizienten der $U_{k,l}$-Funktionen, die gleichwie die $C_{k,l}$-Koeffizienten in logarithmischer Form angesetzt wurden:

$$U_{1,0} = -(9.671608) + (0.000000)\cos E$$
$$(1-e^2)^{1/2}\,U_{0,1} = +(9.945935)\sin E$$

$$U_{2,0} = +(9.857574) - (9.972638)\cos E + (9.69897)\cos 2E$$
$$(1-e^2)^{1/2}\,U_{1,1} = -(9.61754)\sin E + (9.64490)\sin 2E$$
$$(1-e^2)\;U_{0,2} = +(9.59084) - (9.59084)\cos 2E$$

$$U_{3,0} = -(9.907234) + (0.149592)\cos E - (9.847696)\cos 2E + (9.39794)\cos 3E$$
$$(1-e^2)^{1/2}\,U_{2,1} = +(9.618404)\sin E - (9.617543)\sin 2E + (9.34387)\sin 3E$$
$$(1-e^2)\;U_{1,2} = -(9.26244) + (9.28981)\cos E + (9.26244)\cos 2E - (9.28981)\cos 3E$$
$$(1-e^2)^{3/2}\,U_{0,3} = +(9.71286)\sin E - (9.23574)\sin 3E$$

$$U_{4,0} = +(0.035346) - (0.260618)\cos E + (0.064911)\cos 2E - (9.67161)\cos 3E + (9.09691)\cos 4E$$
$$(1-e^2)^{1/2}\,U_{3,1} = -(9.60448)\sin E + (9.70982)\sin 2E - (9.49260)\sin 3E + (9.04234)\sin 4E$$
$$(1-e^2)\;U_{2,2} = +(9.26331) - (9.26244)\cos E - (8.93405)\cos 2E + (9.26244)\cos 3E - (8.98878)\cos 4E$$
$$(1-e^2)^{3/2}\,U_{1,3} = -(9.38447)\sin E + (9.23574)\sin 2E + (8.90736)\sin 3E - (8.93471)\sin 4E$$
$$(1-e^2)^2\;U_{0,4} = +(9.35777) - (9.48271)\cos 2E + (8.88065)\cos 4E$$

$$U_{5,0} = -(0.152417) + (0.401561)\cos E - (0.228149)\cos 2E + (9.93627)\cos 3E - (9.46746)\cos 4E + (8.79588)\cos 5E$$
$$(1-e^2)^{1/2}\,U_{4,1} = +(9.64852)\sin E - (9.77614)\sin 2E + (9.66035)\sin 3E - (9.31650)\sin 4E + (8.74181)\sin 5E$$
$$(1-e^2)\;U_{3,2} = -(9.24936) + (9.35472)\cos E + (8.60561)\cos 2E - (9.24942)\cos 3E + (9.13739)\cos 4E - (8.68775)\cos 5E$$
$$(1-e^2)^{3/2}\,U_{2,3} = +(9.30065)\sin E - (9.20837)\sin 2E + (7.70703)\sin 3E + (8.90736)\sin 4E - (8.63368)\sin 5E$$
$$(1-e^2)^2\;U_{1,4} = -(9.02923) + (8.88065)\cos E + (9.15431)\cos 2E - (9.05674)\cos 3E - (8.55223)\cos 4E + (8.57962)\cos 5E$$
$$(1-e^2)^{5/2}\,U_{0,5} = +(9.52555)\sin E - (9.22452)\sin 3E + (8.52555)\sin 5E$$

$$U_{6,0} = +(0.284949) - (0.537746)\cos E + (0.395517)\cos 2E - (0.145386)\cos 3E + (9.77870)\cos 4E - (9.24561)\cos 5E + (8.49485)\cos 6E$$

$$(1-e^2)^{1/2}\,U_{5,1} = -(9.70553)\sin E + (9.86433)\sin 2E - (9.79028)\sin 3E + (9.54853)\sin 4E - (9.11239)\sin 5E + (8.44078)\sin 6E$$

$$(1-e^2)\;\;U_{4,2} = +(9.29342) - (9.42104)\cos E + (7.7345)\cos 2E + (9.23595)\cos 3E - (9.24942)\cos 4E + (8.96143)\cos 5E - (8.38672)\cos 6E$$

$$(1-e^2)^{3/2}\,U_{3,3} = -(9.24202)\sin E + (9.25118)\sin 2E - (8.63124)\sin 3E - (8.75504)\sin 4E + (8.78238)\sin 5E - (8.33265)\sin 6E$$

$$(1-e^2)^2\;U_{2,4} = +(8.94556) - (8.85330)\cos E - (8.93434)\cos 2E + (9.02935)\cos 3E - (8.32719)\cos 4E - (8.55223)\cos 5E + (8.27859)\cos 6E$$

$$(1-e^2)^{5/2}\,U_{1,5} = -(9.19713)\sin E + (8.92348)\sin 2E + (8.89613)\sin 3E - (8.82658)\sin 4E - (8.19713)\sin 5E + (8.22452)\sin 6E$$

$$(1-e^2)^3\;U_{0,6} = +(9.17046) - (9.34655)\cos 2E + (8.94861)\cos 4E - (8.17046)\cos 6E$$

$$U_{7,0} = -(0.419878) + (0.680313)\cos E - (0.555174)\cos 2E + (0.342336)\cos 3E - (0.028925)\cos 4E + (9.60060)\cos 5E - (9.01157)\cos 6E + (8.1937)\cos 7E$$

$$(1-e^2)^{1/2}\,U_{6,1} = +(9.78114)\sin E - (9.95704)\sin 2E + (9.92028)\sin 3E - (9.73181)\sin 4E + (9.40039)\sin 5E - (8.8905)\sin 6E + (8.1396)\sin 7E$$

$$(1-e^2)\;\;U_{5,2} = -(9.35043) + (9.50922)\cos E - (8.6839)\cos 2E - (9.22247)\cos 3E + (9.33286)\cos 4E - (9.15815)\cos 5E + (8.7573)\cos 6E - (8.0856)\cos 7E$$

$$(1-e^2)^{3/2}\,U_{4,3} = +(9.23330)\sin E - (9.28420)\sin 2E + (8.9074)\sin 3E + (8.5515)\sin 4E - (8.8302)\sin 5E + (8.6063)\sin 6E - (8.0315)\sin 7E$$

$$(1-e^2)^2\;U_{3,4} = -(8.8869) + (8.8961)\cos E + (8.7648)\cos 2E - (9.01635)\cos 3E + (8.6593)\cos 4E + (8.1938)\cos 5E - (8.4273)\cos 6E + (8.9774)\cos 7E$$

$$(1-e^2)^{5/2}\,U_{2,5} = +(9.06386)\sin E - (8.8961)\sin 2E - (8.4561)\sin 3E + (8.7992)\sin 4E - (8.2494)\sin 5E - (8.1971)\sin 6E + (7.9233)\sin 7E$$

$$(1-e^2)^3\;U_{1,6} = -(8.8421) + (8.5684)\cos E + (9.01815)\cos 2E - (8.8237)\cos 3E - (8.6202)\cos 4E + (8.5684)\cos 5E + (7.8420)\cos 6E - (7.8693)\cos 7E$$

$$(1-e^2)^{7/2}\,U_{0,7} = +(9.35943)\sin E - (9.13758)\sin 3E + (8.6604)\sin 5E - (7.8152)\sin 7E$$

$$U_{8,0} = +(0.5598) - (0.8244)\cos E + (0.7144)\cos 2E - (0.5266)\cos 3E + (0.2555)\cos 4E - (9.8881)\cos 5E + (9.4070)\cos 6E - (8.768)\cos 7E + (7.892)\cos 8E$$

$$(1-e^2)^{1/2}\,U_{7,1} = -(9.8672)\sin E + (0.0582)\sin 2E - (0.0466)\sin 3E + (9.9004)\sin 4E - (9.6299)\sin 5E + (9.2281)\sin 6E - (8.656)\sin 7E + (7.838)\sin 8E$$

$$(1-e^2)\;\;U_{6,2} = +(9.4260) - (9.6020)\cos E + (9.0032)\cos 2E + (9.2091)\cos 3E - (9.4090)\cos 4E + (9.3092)\cos 5E - (9.0209)\cos 6E + (8.535)\cos 7E - (7.784)\cos 8E$$

$$(1-e^2)^{3/2}\,U_{5,3} = -(9.2467)\sin E + (9.3350)\sin 2E - (9.0657)\sin 3E - (8.005)\sin 4E + (8.843)\sin 5E - (8.765)\sin 6E + (8.402)\sin 7E - (7.730)\sin 8E$$

$$(1-e^2)^2\;U_{4,4} = +(8.878) - (8.929)\cos E - (8.601)\cos 2E + (9.0030)\cos 3E - (8.816)\cos 4E + (7.315)\cos 5E + (8.400)\cos 6E - (8.251)\cos 7E + (7.676)\cos 8E$$

$$(1-e^2)^{5/2}\,U_{3,5} = -(8.972)\sin E + (8.906)\sin 2E + (7.747)\sin 3E - (8.722)\sin 4E + (8.504)\sin 5E + (7.437)\sin 6E - (8.072)\sin 7E + (7.622)\sin 8E$$

$$(1-e^2)^3\;U_{2,6} = +(8.709) - (8.541)\cos E - (8.804)\cos 2E + (8.796)\cos 3E + (7.680)\cos 4E - (8.541)\cos 5E + (8.061)\cos 6E + (7.843)\cos 7E - (7.568)\cos 8E$$

$$(1-e^2)^{7/2}\,U_{1,7} = -(9.0309)\sin E + (8.660)\sin 2E + (8.809)\sin 3E - (8.660)\sin 4E - (8.332)\sin 5E + (8.293)\sin 6E + (7.485)\sin 7E - (7.514)\sin 8E$$

$$(1-e^2)^4\;U_{0,8} = +(9.0043) - (9.2085)\cos 2E + (8.903)\cos 4E - (8.363)\cos 6E + (7.460)\cos 8E$$

$$U_{9,0} = -(0.7025) + (0.9709)\cos E - (0.8722)\cos 2E + (0.7049)\cos 3E - (0.4643)\cos 4E + (0.1433)\cos 5E - (9.7288)\cos 6E + (9.2014)\cos 7E - (8.513)\cos 8E + (7.591)\cos 9E$$

$$(1-e^2)^{1/2}\,U_{8,1} = +(9.9626)\sin E - (0.1649)\sin 2E + (0.1737)\sin 3E - (0.0581)\sin 4E + (9.8340)\sin 5E - (9.4987)\sin 6E + (9.0383)\sin 7E - (8.413)\sin 8E + (7.537)\sin 9E$$

$$(1-e^2)\;U_{7,2} = -(9.5121) + (9.7032)\cos E - (9.2209)\cos 2E - (9.1872)\cos 3E + (9.4816)\cos 4E - (9.4414)\cos 5E + (9.2263)\cos 6E - (8.855)\cos 7E + (8.300)\cos 8E - (7.483)\cos 9E$$

$$(1-e^2)^{3/2}\,U_{6,3} = +(9.2811)\sin E - (9.3945)\sin 2E + (9.1976)\sin 3E - (8.268)\sin 4E - (8.825)\sin 5E + (8.874)\sin 6E - (8.640)\sin 7E + (8.180)\sin 8E - (7.429)\sin 9E$$

$$(1-e^2)^2\;U_{5,4} = -(8.892) + (8.980)\cos E + (8.424)\cos 2E - (9.0000)\cos 3E + (8.914)\cos 4E - (8.325)\cos 5E - (8.292)\cos 6E + (8.367)\cos 7E - (8.048)\cos 8E + (7.375)\cos 9E$$

$$(1-e^2)^{5/2}\,U_{4,5} = +(8.926)\sin E - (8.914)\sin 2E + (8.054)\sin 3E + (8.639)\sin 4E - (8.602)\sin 5E + (7.942)\sin 6E + (7.952)\sin 7E - (7.894)\sin 8E + (7.321)\sin 9E$$

$$(1-e^2)^3\;U_{3,6} = -(8.617) + (8.551)\cos E + (8.642)\cos 2E - (8.770)\cos 3E + (8.066)\cos 4E + (8.390)\cos 5E - (8.286)\cos 6E + (6.790)\cos 7E + (7.717)\cos 8E - (7.267)\cos 9E$$

$$(1-e^2)^{7/2}\,U_{2,7} = +(8.865)\sin E - (8.633)\sin 2E - (8.480)\sin 3E + (8.633)\sin 4E - (7.479)\sin 5E - (8.266)\sin 6E + (7.828)\sin 7E + (7.491)\sin 8E - (7.213)\sin 9E$$

$$(1-e^2)^4\;U_{1,8} = -(8.676) + (8.306)\cos E + (8.880)\cos 2E - (8.606)\cos 3E - (8.579)\cos 4E + (8.460)\cos 5E + (8.033)\cos 6E - (8.004)\cos 7E - (7.124)\cos 8E + (7.159)\cos 9E$$

$$(1-e^2)^{9/2}\,U_{0,9} = +(9.2055)\sin E - (9.0295)\sin 3E + (8.661)\sin 5E - (8.059)\sin 7E + (7.104)\sin 9E$$

$$U_{10,0} = +(0.8478) - (1.1192)\cos E + (1.0298)\cos 2E - (0.8786)\cos 3E + (0.6625)\cos 4E - (0.3761)\cos 5E + (0.0113)\cos 6E - (9.555)\cos 7E + (8.986)\cos 8E - (8.260)\cos 9E + (7.301)\cos 10E$$

$$(1-e^2)^{1/2}\,U_{9,1} = -(0.0651)\sin E + (0.2767)\sin 2E - (0.3016)\sin 3E + (0.2105)\sin 4E - (0.0210)\sin 5E + (9.735)\sin 6E - (9.346)\sin 7E + (8.835)\sin 8E - (8.158)\sin 9E + (7.247)\sin 10E$$

$$(1-e^2)\;U_{8,2} = +(9.608) - (9.810)\cos E + (9.404)\cos 2E + (9.148)\cos 3E - (9.553)\cos 4E + (9.563)\cos 5E - (9.403)\cos 6E + (9.107)\cos 7E - (8.669)\cos 8E + (8.056)\cos 9E - (7.193)\cos 10E$$

$$(1-e^2)^{3/2}\,U_{7,3} = -(9.330)\sin E + (9.462)\sin 2E - (9.316)\sin 3E + (8.733)\sin 4E + (8.774)\sin 5E - (8.956)\sin 6E + (8.816)\sin 7E - (8.481)\sin 8E + (7.945)\sin 9E - (7.139)\sin 10E$$

$$(1-e^2)^2\;U_{6,4} = +(8.926) - (9.039)\cos E - (8.169)\cos 2E + (9.006)\cos 3E - (8.996)\cos 4E + (8.615)\cos 5E + (8.012)\cos 6E - (8.421)\cos 7E + (8.256)\cos 8E - (7.825)\cos 9E + (7.085)\cos 10E$$

$$(1-e^2)^{5/2}\,U_{5,5} = -(8.906)\sin E + (8.936)\sin 2E - (8.391)\sin 3E - (8.541)\sin 4E + (8.652)\sin 5E - (8.293)\sin 6E - (7.568)\sin 7E + (7.965)\sin 8E - (7.693)\sin 9E + (7.031)\sin 10E$$

$$(1-e^2)^3\;U_{4,6} = +(8.571) - (8.559)\cos E - (8.508)\cos 2E + (8.744)\cos 3E - (8.355)\cos 4E - (8.186)\cos 5E + (8.335)\cos 6E - (7.866)\cos 7E - (7.482)\cos 8E + (7.539)\cos 9E - (6.977)\cos 10E$$

$$(1-e^2)^{7/2}\,U_{3,7} = -(8.748)\sin E + (8.621)\sin 2E + (8.153)\sin 3E - (8.566)\sin 4E + (8.136)\sin 5E + (8.025)\sin 6E - (8.035)\sin 7E + (7.036)\sin 8E + (7.362)\sin 9E - (6.922)\sin 10E$$

$$(1-e^2)^4\;U_{2,8} = +(8.510) - (8.278)\cos E - (8.660)\cos 2E + (8.580)\cos 3E + (8.079)\cos 4E - (8.433)\cos 5E + (7.632)\cos 6E + (7.977)\cos 7E - (7.567)\cos 8E - (7.136)\cos 9E + (6.868)\cos 10E$$

$$(1-e^2)^{9/2}\,U_{1,9} = -(8.877)\ \sin E + (8.428)\ \sin 2E + (8.701)\ \sin 3E - (8.485)\ \sin 4E - (8.332)\ \sin 5E + (8.234)\ \sin 6E + (7.728)\ \sin 7E - (7.706)\ \sin 8E - (6.769)\ \sin 9E + (6.814)\ \sin 10E$$

$$(1-e^2)^{5}\ U_{0,10} = +(8.850) - (9.072)\ \cos 2E + (8.829)\ \cos 4E - (8.403)\ \cos 6E + (7.752)\ \cos 8E - (6.760)\ \cos 10E$$

$$U_{11,0} = -(0.9950) + (1.2689)\ \cos E - (1.1872)\ \cos 2E + (1.0494)\ \cos 3E - (0.8530)\ \cos 4E + (0.5942)\ \cos 5E - (0.2672)\ \cos 6E + (9.863)\ \cos 7E - (9.369)\ \cos 8E + (8.763)\ \cos 9E - (8.000)\ \cos 10E + (7.000)\ \cos 11E$$

$$(1-e^2)^{1/2}\,U_{10,1} = +(0.1735)\ \sin E - (0.3926)\ \sin 2E + (0.4310)\ \sin 3E - (0.3595)\ \sin 4E + (0.198)\ \sin 5E - (9.950)\ \sin 6E + (9.613)\ \sin 7E - (9.177)\ \sin 8E + (8.622)\ \sin 9E - (7.905)\ \sin 10E + (6.946)\ \sin 11E$$

$$(1-e^2)\ U_{9,2} = -(9.710) + (9.922)\ \cos E - (9.570)\ \cos 2E - (9.075)\ \cos 3E + (9.624)\ \cos 4E - (9.678)\ \cos 5E + (9.563)\ \cos 6E - (9.322)\ \cos 7E + (8.962)\ \cos 8E - (8.469)\ \cos 9E + (7.806)\ \cos 10E - (6.892)\ \cos 11E$$

$$(1-e^2)^{3/2}\,U_{8,3} = +(9.390)\ \sin E - (9.540)\ \sin 2E + (9.431)\ \sin 3E - (8.997)\ \sin 4E - (8.663)\ \sin 5E + (9.021)\ \sin 6E - (8.960)\ \sin 7E + (8.711)\ \sin 8E - (8.299)\ \sin 9E + (7.701)\ \sin 10E - (6.838)\ \sin 11E$$

$$(1-e^2)^{2}\ U_{7,4} = -(8.975) + (9.108)\ \cos E + (7.456)\ \cos 2E - (9.019)\ \cos 3E + (9.071)\ \cos 4E - (8.804)\ \cos 5E + (7.427)\ \cos 6E + (8.423)\ \cos 7E - (8.399)\ \cos 8E + (8.106)\ \cos 9E - (7.590)\ \cos 10E + (6.784)\ \cos 11E$$

$$(1-e^2)^{5/2}\,U_{6,5} = +(8.909)\ \sin E - (8.969)\ \sin 2E + (8.571)\ \sin 3E + (8.424)\ \sin 4E - (8.684)\ \sin 5E + (8.475)\ \sin 6E - (7.536)\ \sin 7E - (7.939)\ \sin 8E + (7.870)\ \sin 9E - (7.470)\ \sin 10E + (6.730)\ \sin 11E$$

$$(1-e^2)^{3}\ U_{5,6} = -(8.551) + (8.581)\ \cos E + (8.392)\ \cos 2E - (8.728)\ \cos 3E + (8.486)\ \cos 4E + (7.825)\ \cos 5E - (8.331)\ \cos 6E + (8.105)\ \cos 7E - (6.755)\ \cos 8E - (7.556)\ \cos 9E + (7.338)\ \cos 10E - (6.676)\ \cos 11E$$

$$(1-e^2)^{7/2}\,U_{4,7} = +(8.673)\ \sin E - (8.607)\ \sin 2E - (7.626)\ \sin 3E + (8.495)\ \sin 4E - (8.291)\ \sin 5E - (7.546)\ \sin 6E + (8.036)\ \sin 7E - (7.678)\ \sin 8E - (6.964)\ \sin 9E + (7.190)\ \sin 10E - (6.622)\ \sin 11E$$

$$(1-e^2)^{4}\ U_{3,8} = -(8.392) + (8.266)\ \cos E + (8.491)\ \cos 2E - (8.540)\ \cos 3E - (6.346)\ \cos 4E + (8.320)\ \cos 5E - (8.036)\ \cos 6E - (7.621)\ \cos 7E + (7.766)\ \cos 8E - (6.929)\ \cos 9E - (7.015)\ \cos 10E + (6.568)\ \cos 11E$$

$$(1-e^2)^{9/2}\,U_{2,9} = +(8.688)\ \sin E - (8.400)\ \sin 2E - (8.406)\ \sin 3E + (8.458)\ \sin 4E + (7.530)\ \sin 5E - (8.208)\ \sin 6E + (7.547)\ \sin 7E + (7.678)\ \sin 8E - (7.292)\ \sin 9E - (6.769)\ \sin 10E + (6.513)\ \sin 11E$$

$$(1-e^2)^{5}\ U_{1,10} = -(8.522) + (8.072)\ \cos E + (8.744)\ \cos 2E - (8.403)\ \cos 3E - (8.501)\ \cos 4E + (8.323)\ \cos 5E + (8.074)\ \cos 6E - (7.992)\ \cos 7E - (7.418)\ \cos 8E + (7.404)\ \cos 9E + (6.414)\ \cos 10E - (6.459)\ \cos 11E$$

$$(1-e^2)^{11/2}\,U_{0,11} = +(9.060)\ \sin E - (8.914)\ \sin 3E + (8.613)\ \sin 5E - (8.136)\ \sin 7E + (4.489)\ \sin 9E - (6.405)\ \sin 11E.$$

Nach Erledigung der vorstehenden Rechnungen konnte nach Vorschrift der Formeln

$$\frac{a}{\sqrt{1-e^2}}\left(\frac{d\Omega}{dx}\right) = \Sigma(1-e^2)^{\frac{l}{2}}\ k\ U_{k\ \ l-1}\cdot C_{k,l},$$

$$\frac{a}{\sqrt{1-e^2}}\left(\frac{d\Omega}{dy}\right) = \Sigma(1-e^2)^{\frac{l-1}{2}}\ l\ U_{k,l-1}\cdot C_{k,l}$$

zur Darstellung der Differentialquotienten der Störungsfunktion geschritten werden. Diese außerordentlich zeitraubende Rechnungsoperation wurde wiederum durch Einführung der Summen zusammengehöriger Koeffizienten kontrolliert und ergab als Resultat Glieder der Form

$$[c\,c]\cos i\,E\cos i'\,M' + [s\,c]\sin i\,E\cos i'\,M'$$
$$+ [c\,s]\cos i\,E\sin i'\,M' + [s\,s]\sin i\,E\sin i'\,M'.$$

Nachdem diese Ausdrücke ermittelt waren, wurde eine Umformung nach dem Schema

$$\frac{1}{2}\Big\{[s\,c] - [c\,s]\Big\}\sin(i\,E - i'\,M') - \frac{1}{2}\Big\{[s\,c] + [c\,s]\Big\}\sin(-i\,E - i'\,M')$$
$$+ \frac{1}{2}\Big\{[c\,c] + [s\,s]\Big\}\cos(i\,E - i'\,M') + \frac{1}{2}\Big\{[c\,c] - [s\,s]\Big\}\cos(-i\,E - i'\,M')$$

vorgenommen, sodaß sich die beabsichtigte Entwicklung folgendermaßen darstellte:

$\frac{a}{\sqrt{1-e^2}}\left(\frac{d\Omega}{dx}\right)$			$\frac{a}{\sqrt{1-e^2}}\left(\frac{d\Omega}{dy}\right)$		$\frac{a}{\sqrt{1-e^2}}\left(\frac{d\Omega}{dx}\right)$			$\frac{a}{\sqrt{1-e^2}}\left(\frac{d\Omega}{dy}\right)$	
$i,\ i'$	$\cos(i\,E - i'\,M')$	$\sin(i\,E - i'\,M')$	$\cos(i\,E - i'\,M')$	$\sin(i\,E - i'\,M')$	$i,\ i'$	$\cos(i\,E - i'\,M')$	$\sin(i\,E - i'\,M')$	$\cos(i\,E - i'\,M')$	$\sin(i\,E - i'\,M')$
0.0	— 1.3679		+ 0.0870		−2,5	— 0.007		+ 0.004	+ 0.007
1,0	+ 2.6918	— 0.0592	— 0.0670	+ 1.9900	−1,5	+ 0.040	— 0.019	— 0.018	— 0.040
2,0	— 0.2941	+ 0.0569	— 0.0167	— 0.1858	0,5	— 0.169	+ 0.083	+ 0.086	+ 0.163
3,0	+ 0.0636	— 0.0142	+ 0.0028	+ 0.0279	1,5	+ 0.466	— 0.287	— 0.286	— 0.442
4,0	— 0.0100	+ 0.0039	— 0.0016	— 0.0066	2,5	— 0.766	+ 0.690	+ 0.678	+ 0.715
5,0	+ 0.0018	— 0.0008	+ 0.0004	+ 0.0012	3,5	+ 0.590	— 0.942	— 0.908	— 0.526
					4,5	— 0.140	+ 0.513	+ 0.466	+ 0.086
−4,1	— 0.002	+ 0.003	0.001		5,5	+ 0.045	— 0.017	0.010	0.022
−3,1	+ 0.012	— 0.023	— 0.018	— 0.008	6,5	— 0.005	+ 0.013		
−2,1	— 0.049	+ 0.174	+ 0.122	+ 0.028					
−1,1	+ 0 280	— 0.845	— 0 660	— 0.187					
0,1	— 0.346	+ 1.897	+ 1.218	+ 0.051	−2,6		+ 0.003	+ 0.003	
1,1	+ 0.380	— 1.488	— 0.068	+ 0.070	−1,6	— 0.004	— 0.016	— 0.016	+ 0.003
2,1	— 0.011	+ 0.867	— 0 515	— 0.043	0,6	+ 0.016	+ 0.069	+ 0.066	— 0.015
3,1	— 0.008	— 0.105	+ 0.053	+ 0.004	1,6	— 0.066	— 0.204	— 0.196	+ 0.066
4,1	+ 0.002	+ 0.021	— 0.012		2,6	+ 0.204	+ 0 412	+ 0.396	— 0.202
					3,6	— 0.415	— 0.508	— 0.480	+ 0.408
−3,2	— 0.010	— 0.007	— 0.006	+ 0.008	4,6	+ 0.457	+ 0.310	+ 0.280	— 0.439
−2 2	+ 0.066	+ 0.041	+ 0.031	— 0.056	5,6	— 0.204	— 0.070	— 0.048	+ 0.184
−1,2	— 0.639	— 0.185	— 0.139	+ 0.588	6,6	+ 0.019	+ 0.020	+ 0.011	— 0.006
0,2	+ 3.475	+ 0.450	+ 0.304	— 3.292	7,6	— 0.004	— 0.002		
1,2	— 6.477	— 0.504	— 0.222	+ 6.017					
2,2	+ 0.699	+ 0.293	+ 0.037	— 0.062					
3,2	— 0.306	— 0.018	+ 0.020	— 0.133					
4,2	+ 0.040	+ 0.004	— 0.004	+ 0.016	−1,7	— 0.007			+ 0.006
5,2	— 0.007				0,7	+ 0.029			— 0.026
					1,7	— 0.084	+ 0.003	+ 0.002	+ 0.080
−3,3	— 0.005	+ 0.003	+ 0.003	+ 0.003	2,7	+ 0.194	— 0.032	— 0.035	— 0.186
−2,3	+ 0.024	— 0.030	— 0.030	— 0.018	3,7	— 0.309	+ 0.116	+ 0.118	+ 0.297
−1,3	— 0.166	+ 0.246	+ 0.236	+ 0.146	4,7	+ 0.306	— 0.214	— 0.215	— 0.288
0,3	+ 0.787	— 1.181	— 1.138	— 0.723	5,7	— 0.156	+ 0.200	+ 0.195	+ 0.140
1,3	— 1.471	+ 2.922	+ 2.794	+ 1.330	6,7	+ 0.034	— 0.074	— 0.067	— 0.025
2,3	+ 0.388	— 2.967	— 2.730	— 0.203	7,7	— 0.008	+ 0.006		+ 0.004
3,3	— 0.176	+ 0.303	+ 0.042	+ 0.049					
4,3	+ 0.014	— 0.109	+ 0.033	+ 0.006					
5,3	— 0.003	+ 0.014	— 0.004	— 0.001					
					−1,8	— 0.003	+ 0.002	+ 0.004	
−2,4	— 0.013	— 0.014	— 0.010	+ 0.012	0,8	+ 0.004	— 0.015	— 0.012	
−1,4	+ 0.030	+ 0.091	+ 0.084	— 0.076	1,8	— 0.006	+ 0.034	+ 0.034	+ 0.003
0,4	— 0.335	— 0.391	— 0.366	+ 0.324	2,8	+ 0.004	— 0.084	— 0.080	— 0.002
1,4	+ 1.002	+ 0.937	+ 0.876	— 0.968	3,8	+ 0.016	+ 0.156	+ 0.149	— 0.017
2,4	— 1.800	— 1.005	— 0.903	+ 1.724	4,8	— 0.065	— 0.204	— 0.194	+ 0.066
3,4	+ 1.272	+ 0.248	+ 0.142	— 1.156	5,8	+ 0.111	+ 0.169	+ 0.159	— 0.109
4,4	— 0.131	— 0.094	— 0.036	+ 0.023	6,8	— 0.090	— 0.076	— 0.068	+ 0.086
5,4	+ 0.042	+ 0.008	— 0.003	+ 0.008	7,8	+ 0.030	+ 0.016	+ 0.012	— 0.026
6,4	— 0.006	— 0.002		— 0.001	8,8	— 0.002	— 0.004	— 0.002	+ 0.001

	$\frac{a}{\sqrt{1-e^2}}\left(\frac{d\Omega}{dx}\right)$		$\frac{a}{\sqrt{1-e^2}}\left(\frac{d\Omega}{dy}\right)$	
$i,\ i'$	$\cos(iE-i'M')$	$\sin(iE-i'M')$	$\cos(iE-i'M')$	$\sin(iE-i'M')$
0,9	— 0.010	— 0.002	— 0.004	+ 0.004
1,9	+ 0.010	+ 0.007	+ 0.007	— 0.013
2,9	— 0.032	— 0.012	— 0.010	+ 0.032
3,9	+ 0.070	+ 0.014	+ 0.010	— 0.065
4,9	— 0.110	+ 0.001	0.000	+ 0.104
5,9	+ 0.124	— 0.030	— 0.030	— 0.118
6,9	— 0.088	+ 0.051	+ 0.051	+ 0.084
7,9	+ 0.034	— 0.036	— 0.038	— 0.030
8,9	— 0.006	+ 0.008	+ 0.008	+ 0.004
1,10	+ 0.002	— 0.002	— 0.002	— 0.004
2,10	— 0.006	+ 0.010	+ 0.010	+ 0.008
3,10	+ 0.012	— 0.024	— 0.025	— 0.011
4,10	— 0.014	+ 0.045	+ 0.045	+ 0.012
5,10	+ 0.005	— 0.066	— 0.066	— 0.004
6,10	+ 0.014	+ 0.064	+ 0.065	— 0.013
7,10	— 0.024	— 0.041	— 0.042	+ 0.024
8,10	+ 0.014	+ 0.013	+ 0.014	— 0.014

	$\frac{a}{\sqrt{1-e^2}}\left(\frac{d\Omega}{dx}\right)$		$\frac{a}{\sqrt{1-e^2}}\left(\frac{d\Omega}{dy}\right)$	
$i,\ i'$	$\cos(iE-i'M')$	$\sin(iE-i'M')$	$\cos(iE-i'M')$	$\sin(iE-i'M')$
1,11	— 0.002	— 0.002		
2,11	+ 0.005	+ 0.005	+ 0.004	— 0.002
3,11	— 0.008	— 0.012	— 0.008	+ 0.006
4,11	+ 0.018	+ 0.014	+ 0.009	— 0.019
5,11	— 0.030	— 0.014	— 0.012	+ 0.031
6,11	+ 0.042	+ 0.008	+ 0.008	— 0.042
7,11	— 0.038	+ 0.005	+ 0.005	+ 0.038
8,11	+ 0.020			— 0.018
2,12	+ 0.002			— 0.001
3,12	— 0.004	+ 0.001	+ 0.001	+ 0.004
4,12	+ 0.007	— 0.003	— 0.004	— 0.007
5,12	— 0.010	+ 0.008	+ 0.009	+ 0.010
6,12	+ 0.010	— 0.014	— 0.014	— 0.009
7,12	— 0.005	+ 0.017	+ 0.017	+ 0.005
8,12	— 0.001	— 0.013	— 0.013	— 0.001
9,12		+ 0.006	+ 0.006	
3,13		+ 0.001	+ 0.002	
4,13	— 0.001	— 0.004	— 0.005	+ 0.001
5,13	+ 0.001	+ 0.007	+ 0.007	— 0.002
6,13	— 0.005	— 0.011	— 0.010	+ 0.005
7,13	+ 0.008	+ 0.011	+ 0.011	— 0.008
8,13	— 0.009	— 0.008	— 0.007	+ 0.010
9,13	+ 0.005	+ 0.003	+ 0.003	— 0.006

Die hier erhaltene Form für die Argumente ist bereits abweichend von der in der erwähnten Abhandlung angegebenen hergestellt, weil es mir vorteilhaft erschien, die später von Hansen in seiner Publikation „Auseinandersetzung einer zweckmäßigen Methode zur Berechnung der absoluten Störungen der kleinen Planeten“ bevorzugte Integrationsmethode zur Anwendung zu bringen, bei der die Argumente die Form

$$[(i - i'\nu)E - i'(M_0' - \nu M_0)]$$

haben müssen. Hierin ist ν das Verhältnis der mittleren täglichen Bewegungen $\frac{\mu'}{\mu}$.

Um die verlangte Gestalt zu erhalten, war zunächst die Berechnung einer Anzahl von Besselschen J-Funktionen notwendig, die ich nach der bekannten Kettenbruchentwicklung ausgeführt habe. Mit dem Werte

$$\log \lambda = \log(\nu \cdot e) = 9.05\,362$$

ergab sich nachstehende Reihe von J-Funktionen:

i'	$\log J^{(0)}_{i'\lambda}$	$\log J^{(1)}_{i'\lambda}$	$\log J^{(2)}_{i'\lambda}$	$\log J^{(3)}_{i'\lambda}$	$\log J^{(4)}_{i'\lambda}$	i'	$\log J^{(0)}_{i'\lambda}$	$\log J^{(1)}_{i'\lambda}$	$\log J^{(2)}_{i'\lambda}$	$\log J^{(3)}_{i'\lambda}$	$\log J^{(4)}_{i'\lambda}$
1	9.99 861	8.75 189	7.2037	5.4793		8	9.90 603	9.61 042	8.9 804	8.1666	7.2247
2	9.99 443	9.05 086	7.8044	6.3814		9	9.87 915	9.64 926	9.07 469	8.3140	7.4245
3	9.98 740	9.22 346	8.1543	6.9079		10	9.84 799	9.68 114	9.15 720	8.4446	7.6022
4	9.97 747	9.34 349	8.4009	7.2803	6.0340	11	9.81 203	9.70 700	9.22 995	8.5612	7.7586
5	9.96 453	9.43 407	8.5905	7.5678	6.4191	12	9.77 057	9.72 752	9.29 445	8.6665	7.9065
6	9.94 844	9.50 549	8.7437	7.8015	6.7328	13	9.72 266	9.74 325	9.35 189	8.7619	8.0385
7	9.92 902	9.56 320	8.8715	7.9979	6.9970						

Es konnte nunmehr die Verwandlung der zuerst erhaltenen Form für die Differentialquotienten in die zweite, für die Integration bequemere ausgeführt werden. Die Umwandlung der Koeffizienten geschieht nach der Formel

$$\left[i, i', \begin{matrix}C\\S\end{matrix}\right] = \left[i, i' \begin{matrix}C\\S\end{matrix}\right] J^{0}_{i'\lambda} + \left[i-1, i', \begin{matrix}C\\S\end{matrix}\right] J^{(1)}_{i'\lambda} + \left[i-2, i', \begin{matrix}C\\S\end{matrix}\right] J^{(2)}_{i'\lambda} + \ldots\ldots$$
$$- \left[i+1, i', \begin{matrix}C\\S\end{matrix}\right] J^{(1)}_{i'\lambda} + \left[i+2, i', \begin{matrix}C\\S\end{matrix}\right] J^{(2)}_{i'\lambda} - \ldots\ldots$$

und bewirkt die schließliche Darstellung von $\frac{a}{\sqrt{1-e^2}}\left(\frac{d\Omega}{dx}\right)$ und $\frac{a}{\sqrt{1-e^2}}\left(\frac{d\Omega}{dy}\right)$ in der Form:

	$\frac{a}{\sqrt{1-e^2}}\left(\frac{d\Omega}{dx}\right)$		$\frac{a}{\sqrt{1-e^2}}\left(\frac{d\Omega}{dy}\right)$	
i, i'	$(i-i'r)E-i'(M_0'-\nu M_0)$ cos	sin	$(i-i'r)E-i'(M_0'-\nu M_0)$ cos	sin
0,0	— 2.7358		+ 0.1740	
1,0	+ 2.6918	— 0.0592	— 0.0670	+ 1.9900
2,0	— 0.2941	+ 0.0569	— 0.0167	— 0.1858
3,0	+ 0.0636	— 0.0142	+ 0.0028	+ 0.0279
4,0	— 0.0100	+ 0.0039	— 0.0016	— 0.0066
5,0	+ 0.0018	— 0.0008	+ 0.0004	+ 0.0012
- 4,1	— 0.003	+ 0.004	+ 0.005	
- 3,1	+ 0.015	— 0.034	— 0.026	— 0.010
- 2,1	— 0.064	+ 0.223	+ 0.160	+ 0.039
- 1,1	+ 0.297	— 0.941	— 0.720	— 0.187
0,1	— 0.350	+ 1.928	+ 1.180	+ 0.036
1,1	+ 0.360	— 1.426	+ 0.029	+ 0.075
2,1	+ 0.009	+ 0.789	— 0.518	— 0.039
3,1	— 0.008	— 0.059	+ 0.025	+ 0.002
4,1	+ 0.002	+ 0.016	— 0.010	
- 3,2	— 0.022	— 0.013	— 0.010	+ 0.019
- 2,2	+ 0.160	+ 0.063	+ 0.047	— 0.143
- 1,2	— 1.055	— 0.231	— 0.171	+ 0.983
0,2	+ 4.091	+ 0.482	+ 0.313	— 3.860
1,2	— 6.088	— 0.480	— 0.193	+ 5.580
2,2	+ 0.018	+ 0.237	+ 0.012	+ 0.609
3,2	— 0.267	+ 0.012	+ 0.023	— 0.103
4,2	+ 0.008	+ 0.004	— 0.002	+ 0.002
5,2	— 0.005			
- 3,3	— 0.012	+ 0.013	+ 0.012	+ 0.009
- 2,3	+ 0.062	— 0.088	— 0.085	— 0.051
- 1,3	— 0.310	+ 0.476	+ 0.456	+ 0.279
0,3	+ 0.989	— 1.637	— 1.572	— 0.904
1,3	— 1.367	+ 3.144	+ 2.985	+ 1.208
2,3	+ 0.171	— 2.463	— 2.208	+ 0.008
3,3	— 0.128	— 0.143	— 0.383	+ 0.031
4,3	— 0.010	— 0.097	+ 0.003	+ 0.012
5,3	+ 0.002	— 0.002	+ 0.001	— 0.001
- 3,4	+ 0.005	+ 0.006	+ 0.005	— 0.006
- 2,4	— 0.029	— 0.045	— 0.039	+ 0.038
- 1,4	+ 0.127	+ 0.195	+ 0.183	— 0.167
0,4	— 0.579	— 0.583	— 0.545	+ 0.549
1,4	+ 1.307	+ 1.034	+ 0.956	— 1.259
2,4	— 1.779	— 0.814	— 0.706	+ 1.787
3,4	+ 0.865	+ 0.057	— 0.035	— 0.746
4,4	+ 0.104	— 0.059	— 0.022	— 0.194
5,4	+ 0.041	— 0.009	— 0.009	— 0.013
6,4	+ 0.002	— 0.002	— 0.002	
- 3,5	+ 0.005	— 0.001	— 0.002	— 0.005
- 2,5	— 0.026	+ 0.009	+ 0.013	+ 0.025
- 1,5	+ 0.102	— 0.054	— 0.053	— 0.099
0,5	— 0.304	+ 0.179	+ 0.181	+ 0.289
1,5	+ 0.616	— 0.468	— 0.462	— 0.579
2,5	— 0.745	+ 0.837	+ 0.815	+ 0.691
3,5	+ 0.394	— 0.833	— 0.791	— 0.332
4,5	— 0.009	+ 0.257	+ 0.210	— 0.032
5,5	+ 0.024	+ 0.058	+ 0.086	— 0.014
6,5	+ 0.004	+ 0.016	+ 0.012	— 0.005
7,5		+ 0.004	+ 0.002	— 0.001
- 2,6	+ 0.002	+ 0.013	+ 0.013	— 0.002
- 1,6	— 0.014	— 0.049	— 0.048	+ 0.013
0,6	+ 0.048	+ 0.147	+ 0.142	— 0.047
1,6	— 0.145	— 0.322	— 0.310	+ 0.145
2,6	+ 0.320	+ 0.485	+ 0.463	— 0.315
3,6	— 0.465	— 0.433	— 0.403	+ 0.452
4,6	+ 0.350	+ 0.157	+ 0.132	— 0.329
5,6	— 0.063	+ 0.006	+ 0.019	+ 0.046
6,6	— 0.025	+ 0.011	+ 0.008	+ 0.033
7,6	— 0.006	+ 0.002	+ 0.003	+ 0.005

	$\frac{a}{\sqrt{1-e^2}}\left(\frac{d\Omega}{dx}\right)$		$\frac{a}{\sqrt{1-e^2}}\left(\frac{d\Omega}{dy}\right)$	
i, i'	$(i-i'r)E-i'(M_0'-\nu M_0)$ cos	sin	$(i-i'r)E-i'(M_0'-\nu M_0)$ cos	sin
- 2,7	+ 0.006			— 0.004
- 1,7	— 0.025			+ 0.018
0,7	+ 0.070	— 0.004	— 0.005	— 0.059
1,7	— 0.158	+ 0.026	+ 0.026	+ 0.141
2,7	+ 0.274	— 0.086	— 0.090	— 0.252
3,7	— 0.321	+ 0.181	+ 0.182	+ 0.307
4,7	+ 0.220	— 0.220	— 0.218	— 0.216
5,7	— 0.054	+ 0.128	+ 0.120	+ 0.055
6,7	— 0.005	— 0.007	— 0.001	+ 0.008
7,7	— 0.004			+ 0.002
- 1,8		+ 0.012	+ 0.012	
0,8		— 0.035	— 0.032	
1,8	— 0.002	+ 0.073	+ 0.072	
2,8	— 0.014	— 0.140	— 0.133	+ 0.014
3,8	+ 0.052	+ 0.195	+ 0.185	— 0.053
4,8	— 0.099	— 0.184	— 0.174	+ 0.098
5,8	+ 0.105	+ 0.100	+ 0.091	— 0.100
6,8	— 0.045	— 0.016	— 0.012	+ 0.041
7,8	— 0.003	— 0.003	— 0.005	+ 0.005
8,8	+ 0.003	— 0.001	— 0.001	— 0.003
- 1,9	+ 0.006	+ 0.002	+ 0.003	— 0.005
0,9	— 0.017	— 0.006	— 0.008	+ 0.014
1,9	+ 0.028	+ 0.011	+ 0.008	— 0.032
2,9	— 0.068	— 0.012	— 0.010	+ 0.062
3,9	+ 0.106	+ 0.002	+ 0.002	— 0.100
4,9	— 0.122	+ 0.026	+ 0.024	+ 0.118
5,9	+ 0.095	— 0.048	— 0.050	— 0.091
6,9	— 0.040	+ 0.043	+ 0.043	+ 0.036
7,9	+ 0.003	— 0.012	— 0.016	+ 0.001
8,9		— 0.005	— 0.003	
0,10	— 0.002	+ 0.001	+ 0.001	+ 0.003
1,10	+ 0.006	— 0.010	— 0.010	— 0.009
2,10	— 0.011	+ 0.026	+ 0.026	+ 0.011
3,10	+ 0.013	— 0.045	— 0.044	— 0.012
4,10	— 0.005	+ 0.063	+ 0.063	+ 0.005
5,10	— 0.012	— 0.065	— 0.064	+ 0.010
6,10	+ 0.024	+ 0.040	+ 0.041	— 0.023
7,10	— 0.016	— 0.012	— 0.013	+ 0.017
8,10		— 0.004	— 0.004	
1,11	— 0.006	— 0.008	— 0.003	+ 0.003
2,11	+ 0.010	+ 0.014	+ 0.009	— 0.008
3,11	— 0.018	— 0.018	— 0.010	+ 0.020
4,11	+ 0.032	+ 0.009	+ 0.010	— 0.033
5,11	— 0.039	— 0.008	— 0.007	+ 0.039
6,11	+ 0.037	— 0.006	— 0.002	— 0.037
7,11	— 0.018	+ 0.011	+ 0.005	+ 0.018
8,11		— 0.004	+ 0.004	
2,12	+ 0.004	— 0.002	— 0.002	— 0.005
3,12	— 0.007	+ 0.005	+ 0.005	+ 0.007
4,12	+ 0.009	— 0.008	— 0.009	— 0.009
5,12	— 0.009	+ 0.013	+ 0.013	+ 0.009
6,12	+ 0.005	— 0.017	— 0.016	— 0.005
7,12	+ 0.001	+ 0.014	+ 0.013	+ 0.001
8,12		— 0.005	— 0.005	
3,13		+ 0.005	+ 0.006	
4,13	— 0.003	— 0.007	— 0.008	+ 0.003
5,13	+ 0.005	+ 0.010	+ 0.008	— 0.005
6,13	— 0.008	— 0.011	— 0.010	+ 0.008
7,13	+ 0.007	+ 0.007	+ 0.008	— 0.007
8,13	— 0.004	— 0.002	+ 0.002	+ 0.005

Die von M' freien Glieder der Entwicklung bleiben von der letzten Verwandlung unberührt. Dagegen müssen die konstanten Glieder zum Zweck der späteren Integration mit doppeltem Betrage angesetzt werden.

Was die Genauigkeit der Endwerte anbetrifft, so habe ich mich bemüht, die in den Gruppen $i' = 4$, $i' = 8$ und $i' = 12$ auftretenden Glieder, welche bei der Integration die stärkste Vergrößerung erfahren, bis auf die dritte Dezimale richtig anzugeben, auch die nur von E abhängigen Glieder, aus denen die Säkularstörungen resultieren, sind möglichst genau berechnet worden. Dagegen ist auf die übrigen Glieder weniger Sorgfalt verwendet, so daß die Richtigkeit der dritten Dezimale bei ihnen nicht verbürgt werden kann.

§ 3. Entwicklung des Differentialquotienten der Störungsfunktion nach der auf der Bahnebene des Kometen senkrecht stehenden Koordinate.

Diese Entwicklung ist so angelegt, daß sie nach Möglichkeit von den bisherigen Rechnungen abhängig wird. Hansen hat ihr die Form gegeben:

$$-\frac{a}{\sqrt{1-e^2}}\left(\frac{d\Omega}{dz}\right) = \frac{a}{\sqrt{1-e^2}}\left(\frac{d\Omega}{dx}\right)\cdot \operatorname{tg} J\cdot \sin(N+K) + \frac{a}{\sqrt{1-e^2}}\left(\frac{d\Omega}{dy}\right)\cdot \operatorname{tg} J\cdot \cos(N+K) + Z.$$

Für Z gilt die Gleichung

$$Z = \Sigma (1-e^2)^{\frac{l}{2}}\, U_{k,l}\cdot N_{k,l},$$

wo die neu auftretenden Größen $N_{k,l}$ die Gestalt haben:

$$N_{k,l} = \frac{m'}{1+m}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-e^2}}\left(\frac{a}{a'}\right)^{k+l+2}\cdot\left(\frac{a'}{r'}\right)^{k+l+2}\cdot K_{l\,l}$$

und die Funktionen $K_{k,l}$ in folgender Weise zusammengesetzt sind:

$$K_{k,l} = \left(\frac{d\,D_{k,l}}{d\,A}\right)\cdot \operatorname{tg} J\cdot \sin(N+K) + \left(\frac{d\,D_{k,l}}{d\,B}\right)\cdot \operatorname{tg} J\cdot \cos(N+K).$$

Die in dieser Darstellung vorkommenden Faktoren sind mit Ausnahme der $K_{k,l}$-Funktionen bereits durch die Angaben des vorigen Paragraphen bekannt geworden, während die in den Größen $K_{k,l}$ auftretenden Differentialquotienten der Ausdrücke $D_{k,l}$ als lineare Funktionen der Größen $D_{k,l}$ selbst dargestellt werden können. Ich gebe im folgenden die über die Hansensche Entwicklung hinausgehenden Werte von $\frac{d\,D_{k,l}}{d\,A}$ für $k+l=6$ bis $k+l=9$:

$$\frac{d\,D_{6,0}}{d\,A} = 11\,D_{5,0} + 7\,D_{3,0} + 3\,A$$
$$\frac{d\,D_{5,1}}{d\,A} = 11\,D_{4,1} + 7\,D_{2,1} + 3\,B$$
$$\frac{d\,D_{4,2}}{d\,A} = 11\,D_{3,2} + 7\,D_{3,0} + 7\,D_{1,2} + 6\,A$$
$$\frac{d\,D_{3,3}}{d\,A} = 11\,D_{2,3} + 7\,D_{2,1} + 7\,D_{0,3} + 6\,B$$
$$\frac{d\,D_{2,4}}{d\,A} = 11\,D_{1,4} + 7\,D_{1,2} + 3\,A$$
$$\frac{d\,D_{1,5}}{d\,A} = 11\,D_{0,5} + 7\,D_{0,3} + 3\,B$$
$$\frac{d\,D_{0,6}}{d\,A} = 0$$

$$\frac{d\,D_{7,0}}{d\,A} = 13\,D_{6,0} + 9\,D_{4,0} + 5\,D_{2,0} + 1$$
$$\frac{d\,D_{6,1}}{d\,A} = 13\,D_{5,1} + 9\,D_{3,1} + 5\,D_{1,1}$$
$$\frac{d\,D_{5,2}}{d\,A} = 13\,D_{4,2} + 9\,D_{4,0} + 9\,D_{2,2} + 10\,D_{2,0} + 5\,D_{0,2} + 3$$
$$\frac{d\,D_{4,3}}{d\,A} = 13\,D_{3,3} + 9\,D_{3,1} + 9\,D_{1,3} + 10\,D_{1,1}$$
$$\frac{d\,D_{3,4}}{d\,A} = 13\,D_{2,4} + 9\,D_{2,2} + 9\,D_{0,4} + 5\,D_{2,0} + 10\,D_{0,2} + 3$$
$$\frac{d\,D_{2,5}}{d\,A} = 13\,D_{1,5} + 9\,D_{1,3} + 5\,D_{1,1}$$
$$\frac{d\,D_{1,6}}{d\,A} = 13\,D_{0,6} + 9\,D_{0,4} + 5\,D_{0,2} + 1$$
$$\frac{d\,D_{0,7}}{d\,A} = 0$$

$$\frac{d\,D_{8,0}}{d\,A} = 15\,D_{7,0} + 11\,D_{5,0} + 7\,D_{3,0} + 3\,A$$
$$\frac{d\,D_{7,1}}{d\,A} = 15\,D_{6,1} + 11\,D_{4,1} + 7\,D_{2,1} + 3\,B$$
$$\frac{d\,D_{6,2}}{d\,A} = 15\,D_{5,2} + 11\,D_{5,0} + 11\,D_{3,2} + 14\,D_{3,0} + 7\,D_{1,2} + 9\,A$$
$$\frac{d\,D_{5,3}}{d\,A} = 15\,D_{4,3} + 11\,D_{4,1} + 11\,D_{2,3} + 14\,D_{2,1} + 7\,D_{0,3} + 9\,B$$
$$\frac{d\,D_{4,4}}{d\,A} = 15\,D_{3,4} + 11\,D_{3,2} + 11\,D_{1,4} + 14\,D_{1,2} + 7\,D_{3,0} + 9\,A$$
$$\frac{d\,D_{3,5}}{d\,A} = 15\,D_{2,5} + 11\,D_{2,3} + 11\,D_{0,5} + 14\,D_{0,3} + 7\,D_{2,1} + 9\,B$$
$$\frac{d\,D_{2,6}}{d\,A} = 15\,D_{1,6} + 11\,D_{1,4} + 7\,D_{1,2} + 3\,A$$
$$\frac{d\,D_{1,7}}{d\,A} = 15\,D_{0,7} + 11\,D_{0,5} + 7\,D_{0,3} + 3\,B$$
$$\frac{d\,D_{0,8}}{d\,A} = 0$$

$$\frac{d\,D_{9,0}}{d\,A} = 17\,D_{8,0} + 13\,D_{6,0} + 9\,D_{4,0} + 5\,D_{2,0} + 1$$
$$\frac{d\,D_{8,1}}{d\,A} = 17\,D_{7,1} + 13\,D_{5,1} + 9\,D_{3,1} + 5\,D_{1,1}$$
$$\frac{d\,D_{7,2}}{d\,A} = 17\,D_{6,2} + 13\,D_{4,2} + 13\,D_{6,0} + 18\,D_{4,0} + 9\,D_{2,2} + 15\,D_{2,0} + 5\,D_{0,2} + 4$$
$$\frac{d\,D_{6,3}}{d\,A} = 17\,D_{5,3} + 13\,D_{3,3} + 13\,D_{5,1} + 18\,D_{3,1} + 9\,D_{1,3} + 15\,D_{1,1}$$
$$\frac{d\,D_{5,4}}{d\,A} = 17\,D_{4,4} + 13\,D_{2,4} + 13\,D_{4,2} + 18\,D_{2,2} + 9\,D_{0,4} + 9\,D_{4,0} + 15\,D_{2,0} + 15\,D_{0,2} + 6$$
$$\frac{d\,D_{4,5}}{d\,A} = 17\,D_{3,5} + 13\,D_{1,5} + 13\,D_{3,3} + 18\,D_{1,3} + 9\,D_{3,1} + 15\,D_{1,1}$$
$$\frac{d\,D_{3,6}}{d\,A} = 17\,D_{2,6} + 13\,D_{0,6} + 13\,D_{2,4} + 18\,D_{0,4} + 9\,D_{2,2} + 15\,D_{0,2} + 5\,D_{2,0} + 4$$
$$\frac{d\,D_{2,7}}{d\,A} = 17\,D_{1,7} + 13\,D_{1,5} + 9\,D_{1,3} + 5\,D_{1,1}$$
$$\frac{d\,D_{1,8}}{d\,A} = 17\,D_{0,8} + 13\,D_{0,6} + 9\,D_{0,4} + 5\,D_{0,2} + 1$$
$$\frac{d\,D_{0,9}}{d\,A} = 0.$$

Die Differentialquotienten $\frac{d\,D_{k,l}}{d\,B}$ brauchen nicht besonders berechnet zu werden, da die Relation besteht:

$$\frac{d\,D_{k,l}}{d\,B} = \frac{d\,D_{k+1,\,l-1}}{d\,A}.$$

Durch Einsetzen der für die Größen $D_{k,l}$ bereits bekannten Zahlenwerte unter Hinzuziehen der leicht abzuleitenden Werte

$$A = -\,0.00821\cos f' - 0.99990\sin f'$$
$$B = +\,0.99313\cos f' - 0.00695\sin f'$$

konnten die numerischen Koeffizienten der verlangten Differentialquotienten gebildet werden, auf deren ausführliche Wiedergabe ich jedoch verzichten will. Auch die Aufstellung der numerischen Werte für die

$K_{k,l}$- und $N_{k,l}$-Funktionen sowie für die Koeffizienten der Größe Z, die analog den früheren Rechnungen eine Umwandlung durch J-Funktionen erfahren müssen, soll hier übergangen werden; ich beschränke mich lediglich auf Angabe des Endresultats für $\frac{a}{\sqrt{1-e^2}}\left(\frac{d\Omega}{dz}\right)$:

$$-\frac{a}{\sqrt{1-e^2}}\left(\frac{d\Omega}{dz}\right)$$

i, i'	$(i-i'\nu)E-i'(M_0'-\nu M_0)$ cos	sin
0,0	+ 0.0588	
1,0	— 0.1002	— 0.4372
2,0	+ 0.0411	+ 0.1335
3,0	— 0.0111	— 0.0308
4,0	+ 0.0032	+ 0.0052
5,0	— 0.0004	— 0.0005
— 3,1	+ 0.014	+ 0.009
— 2,1	— 0.081	— 0.039
— 1,1	+ 0.286	+ 0.127
0,1	— 0.393	— 0.079
1,1	— 0.205	+ 0.002
2,1	+ 0.387	— 0.035
3,1	— 0.040	+ 0.007
4,1	+ 0.010	— 0.001
— 3,2	— 0.055	— 0.007
— 2,2	+ 0.075	+ 0.041
— 1,2	— 0.021	— 0.190
0,2	— 0.158	+ 0.582
1,2	+ 0.151	— 0.694
2,2	— 0.044	— 0.248
3,2	+ 0.040	+ 0.155
4,2	+ 0.007	— 0.010

i, i'	$(i-i'\nu)E-i'(M_0'-\nu M_0)$ cos	sin
— 3,3	— 0.019	— 0.006
— 2,3	+ 0.041	+ 0.018
— 1,3	— 0.097	— 0.069
0,3	+ 0.226	+ 0.177
1,3	— 0.371	— 0.207
2,3	+ 0.213	+ 0.002
3,3	+ 0.155	+ 0.020
4,3	— 0 051	+ 0.004
— 2,4	+ 0.015	— 0.005
— 1,4	— 0.042	+ 0.021
0,4	+ 0.100	— 0.101
1,4	— 0.155	+ 0.167
2 4	+ 0.104	— 0 210
3,4	+ 0.019	+ 0.045
4,4	— 0.010	+ 0.072
5,4	— 0.001	— 0.017
— 1,5	+ 0 005	+ 0.021
0,5	— 0.028	— 0.050
1,5	+ 0.056	+ 0.093
2,5	— 0.100	— 0.101
3,5	+ 0.087	+ 0.040
4,5	— 0.003	+ 0.018
5,5	— 0.030	— 0.005

i, i'	$(i-i'\nu)E-i'(M_0'-\nu M_0)$ cos	sin
0,6	— 0.018	+ 0 004
1,6	+ 0.050	— 0.014
2,6	— 0.070	+ 0.036
3,6	+ 0.052	— 0.050
4,6	— 0.010	+ 0.033
5,6	— 0.010	+ 0.008
6,6		— 0.012
1,7	— 0.001	— 0.023
2,7	+ 0.008	+ 0.038
3,7	— 0.017	— 0 040
4,7	+ 0 027	+ 0.023
5,7	— 0.013	— 0.001
1,8	— 0.008	— 0.002
2,8	+ 0.018	+ 0.001
3,8	— 0.026	+ 0.004
4,8	+ 0.022	— 0.012
5,8	— 0.010	+ 0.013
2,9	+ 0 002	— 0.007
3,9	— 0.001	+ 0.012
4,9	— 0.002	— 0.014
5,9	+ 0.005	+ 0.011
6,9	— 0.006	— 0.004

§ 4. Integration der Störungsgleichungen.

Die Differentialquotienten der Störungsfunktion liegen nunmehr in einer solchen Form vor, daß die Integration der Störungsgleichungen nach der von Hansen in seiner späteren Abhandlung „Auseinandersetzung einer zweckmäßigen Methode zur Berechnung der absoluten Störungen der kleinen Planeten“ angegebenen Methode erfolgen kann, womit eine nicht unwesentliche Erleichterung der Rechnung verbunden ist. Da Hansen indessen seine Entwicklungen auf andere Differentialquotienten als die hier berechneten basiert, so mußte eine Transformation der in Frage kommenden Gleichungen vorgenommen werden.

Das Integrationsverfahren stützt sich vornehmlich auf die Gleichung

$$\frac{dW}{dE} = M\,a\left(\frac{d\Omega}{dE}\right) + N\,a\,r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right),$$

wo M und N Funktionen der Exzentrizität und der exzentrischen Anomalie des Kometen sind:

$$M = \frac{1}{\cos^2\varphi}\left\{-\left(3-\frac{3}{2}e^2\right)+2e\cos E-\frac{1}{2}e^2\cos 2E+e^2\cos(\eta+E)-3e\cos\eta+(4-e^2)\cos(\eta-E)-e\cos(\eta-2E)\right\}$$

$$N = \frac{1}{\cos^2\varphi}\left\{e\sin E-\frac{1}{2}e^2\sin 2E+e^2\sin(\eta+E)-e\sin\eta-(2-e^2)\sin(\eta-E)+e\sin(\eta-2E)\right\}.$$

Hierin ist E die exzentrische Anomalie, wenn es sich nur um ein Fortschreiten der Zeit handelt, η dagegen dieselbe Größe, wenn die oskulierenden Elemente variiert werden sollen. Da die bisherige Entwicklung die Differentialquotienten $\frac{a}{\sqrt{1-e^2}}\left(\frac{d\Omega}{dx}\right)$ und $\frac{a}{\sqrt{1-e^2}}\left(\frac{d\Omega}{dy}\right)$ gibt, muß die obige Gleichung dementsprechend transformiert werden. Das Resultat der Umformung ist:

$$\frac{dW}{dE} = K \cdot \sqrt{1-e^2}\left(\frac{a}{\sqrt{1-e^2}}\frac{d\Omega}{dx}\right) + L \cdot \left(\frac{a}{\sqrt{1-e^2}}\frac{d\Omega}{dy}\right),$$

wo

$$K = 3\sin E - \frac{1}{2}e\sin 2E - 3\sin\eta + e\sin(\eta+E) + e\sin(\eta-E) + \sin(\eta-2E)$$

$$L = \frac{3}{2}e - (3-e^2)\cos E + \frac{e}{2}\cos 2E + 3\cos\eta - e\cos(\eta+E) - 3e\cos(\eta-E) + \cos(\eta-2E).$$

Mit einigen Modifikationen können nun die Hansenschen Entwicklungen auf obige Gleichung angewandt werden.

Die berechneten Differentialquotienten mögen in der Form vorliegen:

$$\frac{a}{\sqrt{1-e^2}}\left(\frac{d\Omega}{dx}\right) = \Sigma\Sigma\beta(i,i',c)\cos\{(i-i'\nu)E - i'(M_0' - \nu M_0)\} + \Sigma\Sigma\beta(i,i',s)\sin\{(i-i'\nu)E - i'(M_0' - \nu M_0)\}$$

$$\frac{a}{\sqrt{1-e^2}}\left(\frac{d\Omega}{dy}\right) = -\Sigma\Sigma\gamma(i,i',c)\sin\{(i-i'\nu)E - i'(M_0' - \nu M_0)\} + \Sigma\Sigma\gamma(i,i',s)\cos\{(i-i'\nu)E - i'(M_0' - \nu M_0)\}.$$

Dann finde ich bei Zuhilfenahme der imaginären Exponentialfunktion und unter der Voraussetzung, daß

$$\beta(-i,-i',c) = +\beta(i,i',c) \qquad \gamma(-i,-i',c) = -\gamma(i,i',c)$$
$$\beta(-i,-i',s) = -\beta(i,i',s) \qquad \gamma(-i,-i',s) = +\gamma(i,i',s)$$

ist, folgende Werte für die Größen F, G und H:

$$\begin{aligned}
F(i\,i'\,c) &= A_1\beta(i-1,i',c) + A_2\beta(i-2,i',c) - A_1\beta(i+1,i',c) - A_2\beta(i+2,i',c)\\
&\quad + C_0\gamma(i,i',c) + C_1\gamma(i-1,i',c) + C_2\gamma(i-2,i',c) + C_1\gamma(i+1,i',c) + C_2\gamma(i+2,i',c)\\
G(i\,i'\,c) &= B_{-1}\beta(i+1,i',c) + B_0\beta(i,i',c) + B_1\beta(i-1,i',c) + B_2\beta(i-2,i',c)\\
&\quad + D_{-1}\gamma(i+1,i',c) + D_0\gamma(i,i',c) + D_1\gamma(i-1,i',c) + D_2\gamma(i-2,i',c)\\
H(i\,i'\,c) &= -B_{-1}\beta(i-1,i',c) - B_0\beta(i,i',c) - B_1\beta(i+1,i',c) - B_2\beta(i+2,i',c)\\
&\quad + D_{-1}\gamma(i-1,i',c) + D_0\gamma(i,i',c) + D_1\gamma(i+1,i',c) + D_2\gamma(i+2,i',c).
\end{aligned}$$

Analog zusammengesetzt sind die Werte für $F(i,i',s)$, $G(i,i',s)$ und $H(i,i',s)$.

In diesen Ausdrücken treten die Konstanten mit folgenden Werten ein:

$$A_1 = -\frac{3}{2}\cos\varphi \qquad B_{-1} = \frac{e}{2}\cos\varphi \qquad C_0 = \frac{3}{2}e \qquad D_{-1} = -\frac{e}{2}$$
$$A_2 = \frac{1}{4}e\cos\varphi \qquad B_0 = -\frac{3}{2}\cos\varphi \qquad C_1 = -\frac{3-e^2}{2} \qquad D_0 = \frac{3}{2}$$
$$B_1 = \frac{e}{2}\cos\varphi \qquad C_2 = \frac{e}{4} \qquad D_1 = -\frac{3e}{2}$$
$$B_2 = \frac{1}{2}\cos\varphi \qquad D_2 = \frac{1}{2}.$$

Die Größen F brauchen nicht nach obiger Formel berechnet zu werden; sie ergeben sich einfacher durch die von G und H abhängige Beziehung

$$\begin{aligned}
F(i,i',c) &= -\frac{1}{2}\{G(i+1,i',c) + H(i-1,i',c)\}\\
&\quad - \frac{1}{2}\cos\varphi\{\beta(i-1,i',c) - \beta(i+1,i',c)\}\\
&\quad - \frac{1}{2}\cos^2\varphi\{\gamma(i-1,i',c) + \gamma(i+1,i',c)\}.
\end{aligned}$$

Die weiteren, zur Berechnung der Störungen der mittleren Anomalie sowie des Radiusvektors in Anwendung kommenden Gleichungen lauten:

$$P(i,i',c) = \frac{F(i,i',c)}{i-i'\nu} + \frac{G(i+1,i',c)}{i+1-i'\nu} + \frac{H(i-1,i',c)}{i-1-i'\nu}$$

$$Q(i,i',c) = \frac{G(i+1,i',c)}{i+1-i'\nu} - \frac{H(i-1,i',c)}{i-1-i'\nu}$$

$$R(i,i',c) = \frac{P(i,i',c) - \frac{e}{2}P(i+1,i',c) - \frac{e}{2}P(i-1,i',c)}{i-i'\nu}$$

$$S(i,i',c) = \frac{Q(i,i',c)}{i-i'\nu}.$$

Analoge Ausdrücke gelten für $P(i,i',s)$, $Q(i,i',s)$, $R(i,i',s)$ und $S(i,i',s)$.

Mit diesen Werten ergeben sich die Störungen der mittleren Anomalie und des Radiusvektors nach den Gleichungen

$$\mu\,\delta z = \Sigma\Sigma R(i,i',c)\sin\{(i-i'\nu)E - i'(M_0' - \nu M_0)\} - \Sigma\Sigma R(i,i',s)\cos\{(i-i'\nu)E - i'(M_0' - \nu M_0)\}$$

$$\nu = \frac{1}{2}\Sigma\Sigma S(i,i',c)\cos\{(i-i'\nu)E - i'(M_0' - \nu M_0)\} + \frac{1}{2}\Sigma\Sigma S(i,i',s)\sin\{(i-i'\nu)E - i'(M_0' - \nu M_0)\}.$$

Eine Kontrolle für die Berechnung der Koeffizienten S und P erhält man durch Einführung der Funktion

$$\Pi(i,i',c) = \frac{F(i,i',c) + G(i+1,i',c) + H(i-1,i',c)}{i-i'\nu}$$ und einer analogen $\Pi(i,i',s)$.

Es muß dann die Beziehung stattfinden:

$$\Pi(i,i',c) = S(i,i',c) + P(i,i',c) \qquad \Pi(i,i',s) = S(i,i',s) + P(i,i',s).$$

Zur Berechnung der Breitenstörungen dient die Gleichung

$$\frac{dR}{\cos i\, dE} = Q\, a^2 \left(\frac{d\Omega}{dz}\right).$$

Es möge berechnet vorliegen:

$$\frac{a}{\sqrt{1-e^2}}\left(\frac{d\Omega}{dz}\right) = \Sigma\Sigma\delta(i,i',c)\cos\{(i-i'\nu)E - i'(M_0' - \nu M_0)\} + \Sigma\Sigma\delta(i,i',s)\sin\{(i-i'\nu)E - i'(M_0' - \nu M_0)\}.$$

Dann ergeben sich unter der Voraussetzung, daß

$$\delta(-i,-i',c) = +\delta(i,i',c) \quad \text{und} \quad \delta(-i,-i',s) = -\delta(i,i',s)$$

ist, folgende Werte für T, U und V:

$$U(i,i',c) = N_{-1}\delta(i+1,i',c) + N_0\delta(i,i',c) + N_1\delta(i-1,i',c) + N_2\delta(i-2,i',c)$$
$$V(i,i'c) = -N_{-1}\delta(i-1,i',c) - N_0\delta(i,i',c) - N_1\delta(i+1,i',c) - N_2\delta(i+2,i',c)$$
$$T(i,i',c) = -U(i+1,i',c) - V(i-1,i',c),$$

sowie ähnliche Gleichungen für $U(i,i',s)$, $V(i,i',s)$ und $T(i,i',s)$.

Die Konstanten nehmen hier die Werte an:

$$N_{-1} = \frac{e^2 a\sqrt{1-e^2}}{4} \qquad N_0 = -\frac{3}{4}e a\sqrt{1-e^2} \qquad N_1 = \frac{2+e^2}{4}a\sqrt{1-e^2} \qquad N_2 = -\frac{1}{4}e a\sqrt{1-e^2}.$$

Die Gleichungen

$$V(i,i',c) = \frac{T(i,i',c)}{i-i'\nu} + \frac{U(i+1,i',c)}{i+1-i'\nu} + \frac{V(i-1,i',c)}{i-1-i'\nu}$$

$$W(i,i',c) = -\frac{U(i+1,i',c)}{i+1-i'\nu} + \frac{V(i-1,i',c)}{i-1-i'\nu}$$

und die ebenso gebauten für $Y(i, i', s)$ und $W(i, i', s)$ ermöglichen sodann die Berechnung der Breitenstörungen nach der Beziehung

$$\frac{r\,d\,s}{a\cos i} = \Sigma\Sigma\, Y(i, i', c)\cos\{(i - i'\,\nu)\,E - i'\,(M_0' - \nu\,M_0)\}$$
$$+ \Sigma\Sigma\, Y(i, i', s)\sin\{(i - i'\,\nu)\,E - i'\,(M_0' - \nu\,M_0)\}.$$

Zur Kontrolle dienen die Gleichungen

$$Y(i, i', c) = \frac{W(i, i', c)}{i - i'\,\nu} \qquad Y(i, i', s) = \frac{W(i, i', s)}{i \quad i'\,\nu}.$$

Da für die zu $i' = 0$ gehörigen Koeffizienten einige Integrationsdivisoren gleich Null werden, so ist für diese Gruppe von Gliedern die Integration gesondert auszuführen. Wird vorläufig von den Integrationskonstanten abgesehen, so lauten die vollständigen Werte für die Störungen in den drei Koordinaten:

$$\mu\,\delta z = R(0, c)\,\mu t$$
$$+ \left\{R(1, c) + e\,R(0, c) - \left(1 - \frac{e^2}{8}\right) H(0, c)\right\}\sin E - \left\{R(1, s) - \left(1 - \frac{5\,e^2}{8}\right) H(0, s)\right\}\cos E$$
$$+ \left(1 - \frac{e^2}{2}\right) H(0, s)\,\mu t\sin E + H(0, c)\,\mu t\cos E$$
$$+ \left\{R(2, c) + \frac{5\,e}{8}\,H(0, c)\right\}\sin 2E - \left\{R(2, s) + \frac{e}{8}(5 - 2\,e^2)\,H(0, s)\right\}\cos 2E$$
$$- \frac{e}{4}H(0, s)\,\mu t\sin 2E - \frac{e}{4}H(0, c)\,\mu t\cos 2E$$
$$+ \left\{R(3, c) - \frac{e^2}{8}H(0, c)\right\}\sin 3E - \left\{R(3, s) - \frac{e^2}{8}H(0, s)\right\}\cos 3E$$
$$+ R(4, c)\sin 4E - R(4, s)\cos 4E$$
$$+ \text{usw.} \qquad - \text{usw.}$$
$$\pm \Sigma\Sigma\, R\left(i, i', \begin{matrix} c \\ s \end{matrix}\right) \begin{matrix} \sin \\ \cos \end{matrix} \left\{(i - i'\,\nu)\,E - i'\,(M_0' - \nu\,M_0)\right\}$$

$$2\,\nu = - e\,H(0, s)\,\mu t$$
$$+ \{Q(1, c) + H(0, c)\}\cos E + \{Q(1, s) + (1 - e^2)\,H(0, s)\}\sin E$$
$$- H(0, s)\,\mu t\cos E + H(0, c)\,\mu t\sin E$$
$$+ \frac{1}{2}\left\{Q(2, c) - e\,H(0, c)\right\}\cos 2E + \frac{1}{2}\left\{Q(2, s) - e\,H(0, s)\right\}\sin 2E$$
$$+ \frac{1}{3}\,Q(3, c)\cos 3E + \frac{1}{3}\,Q(3, s)\sin 3E$$
$$+ \text{usw.} \qquad + \text{usw.}$$
$$+ \Sigma\Sigma\, S\left(i, i', \begin{matrix} c \\ s \end{matrix}\right) \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} \left\{(i - i'\,\nu)\,E - i'\,(M_0' - \nu\,M_0)\right\}$$

$$\frac{r\,d\,s}{a\cos i} = U(1, c) - \frac{e}{2}\,V(0, c) - e\,V(0, s)\,\mu t$$
$$+ \{Y(1, s) - e^2\,V(0, s)\}\sin E + Y(1, c)\cos E$$
$$- V(0, c)\,\mu t\sin E + V(0, s)\,\mu t\cos E$$
$$+ \left\{Y(2, s) + \frac{e}{2}V(0, s)\right\}\sin 2E + \left\{Y(2, c) + \frac{e}{2}V(0, c)\right\}\cos 2E$$
$$+ Y(3, s)\sin 3E + Y(3, c)\cos 3E$$
$$+ \text{usw.} \qquad + \text{usw.}$$
$$+ \Sigma\Sigma\, Y\left(i, i', \begin{matrix} s \\ c \end{matrix}\right) \begin{matrix} \sin \\ \cos \end{matrix} \left\{(i - i'\,\nu)\,E - i'\,(M_0' - \nu\,M_0)\right\}.$$

Eine Anzahl der in diesen Formeln auftretenden Größen bestimmen sich durch Spezialisieren der allgemeinen Ausdrücke und nehmen die Werte an:

$$P(0,c) = G(1,c)$$

$$P(1,c) = F(1,c) + \frac{1}{2}G(2,c) \qquad P(1,s) = F(1,s) + \frac{1}{2}G(2,s)$$

$$P(2,c) = \frac{1}{2}F(2,c) + \frac{1}{3}G(3,c) + H(1,c) \qquad P(2,s) = \frac{1}{2}F(2,s) + \frac{1}{3}G(3,s) + H(1,s)$$

$$P(3,c) = \frac{1}{3}F(3,c) + \frac{1}{4}G(4,c) + \frac{1}{2}H(2,c) \qquad P(3,s) = \frac{1}{3}F(3,s) + \frac{1}{4}G(4,s) + \frac{1}{2}H(2,s)$$

usw. usw.

$$Q(1,c) = \frac{1}{2}G(2,c) \qquad Q(1,s) = \frac{1}{2}G(2,s)$$

$$Q(2,c) = \frac{1}{3}G(3,c) - H(1,c) \qquad Q(2,s) = \frac{1}{3}G(3,s) - H(1,s)$$

$$Q(3,c) = \frac{1}{4}G(4,c) - \frac{1}{2}H(2,c) \qquad Q(3,s) = \frac{1}{4}G(4,s) - \frac{1}{2}H(2,s)$$

usw. usw.

$$R(0,c) = P(0,c) - \frac{e}{2}P(1,c)$$

$$R(1,c) = P(1,c) - eP(0,c) - \frac{e}{2}P(2,c) \qquad R(1,s) = P(1,s) - \frac{e}{2}P(2,s)$$

$$R(2,c) = \frac{1}{2}\left\{P(2,c) - \frac{e}{2}P(1,c) - \frac{e}{2}P(3,c)\right\} \qquad R(2,s) = \frac{1}{2}\left\{P(2,s) - \frac{e}{2}P(1,s) - \frac{e}{2}P(3,s)\right\}$$

$$R(3,c) = \frac{1}{3}\left\{P(3,c) - \frac{e}{2}P(2,c) - \frac{e}{2}P(4,c)\right\} \qquad R(3,s) = \frac{1}{3}\left\{P(3,s) - \frac{e}{2}P(2,s) - \frac{e}{2}P(4,s)\right\}$$

usw. usw.

$$Y(1,c) = T(1,c) + \frac{1}{2}U(2,c) \qquad Y(1,s) = T(1,s) + \frac{1}{2}U(2,s)$$

$$Y(2,c) = \frac{1}{2}T(2,c) + \frac{1}{3}U(3,c) + V(1,c) \qquad Y(2,s) = \frac{1}{2}T(2,s) + \frac{1}{3}U(3,s) + V(1,s)$$

$$Y(3,c) = \frac{1}{3}T(3,c) + \frac{1}{4}U(4,c) + \frac{1}{2}V(2,c) \qquad Y(3,s) = \frac{1}{3}T(3,s) + \frac{1}{4}U(4,s) + \frac{1}{2}V(2,s)$$

usw. usw.

Im folgenden sind die Resultate des eben skizzierten Rechnungsganges dargelegt. Mit Hilfe der Konstanten

$\log B_{-1} = 9.31651$	$\log D_{-1} = 9.37058\,n$	$\log N_{-1} = 9.25446$
$\log B_0 = 0.12202\,n$	$\log D_0 = 0.17609$	$\log N_0 = 0.05997\,n$
$\log B_1 = 9.31651$	$\log D_1 = 9.84770\,n$	$\log N_1 = 0.25767$
$\log B_2 = 9.64490$	$\log D_2 = 9.69897$	$\log N_2 = 9.58285\,n$

ergaben sich nachstehende Werte für die Größen F, G, H und T, U, V. In der Tabelle für F, G, H gibt jede vierte Zeile die zur Kontrolle benutzte Summe der drei darüberstehenden Zahlenwerte an:

i, i'	c	s	i, i'	c	s	i, i'	c	s	i, i'	c	s
½ F (0,0)		+ 0.0682	- 2,2	+ 0.153	— 0.017	3,3	— 0.515	+ 6.606	- 3,5	+ 0.006	— 0.008
G (1,0)	— 5.0382	— 0.1363	- 1,2	— 0.222	+ 0.045	4,3	+ 0.061	— 1.820	- 2,5	— 0.008	+ 0.010
F (1,0)	+ 2.0768	— 0.1904	- 3,2	— 0.216	— 0.062	2,3	+ 0.828	— 7.583	- 4,5	— 0.006	+ 0.004
G (2,0)	+ 1.4394	+ 0.0179		— 0.285	— 0.034		+ 0.374	— 2.797		— 0.008	+ 0.006
H (0,0)	— 3.5820	+ 0.2904									
F (2,0)	— 0.8274	+ 0.1567	- 1,2	— 1.078	— 0.041	4,3	+ 0.223	+ 0.205	- 2,5	— 0.036	+ 0.018
G (3,0)	— 0.1283	— 0.0118	0,2	+ 1.035	— 0.099	5,3	— 0.067	— 0.271	- 1,5	+ 0.036	— 0.021
H (1,0)	+ 1.0353	— 0.2120	- 2,2	+ 1.470	+ 0.271	3,3	— 0.241	+ 0.284	- 3,5	+ 0.041	— 0.018
				+ 1.427	+ 0.131		— 0.085	+ 0.218		+ 0.041	— 0.021
F (3,0)	+ 0.1345	— 0.0567									
G (4,0)	+ 0.0196	+ 0.0039	0,2	+ 5.132	+ 0.386	5,3	+ 0.013	+ 0.066	- 1,5	— 0.032	— 0.088
H (2,0)	— 0.1875	+ 0.0768	1,2	— 2.987	+ 0.084	6,3	— 0.011	— 0.042	0,5	— 0.113	+ 0.083
			- 1,2	— 6.606	— 0.792	4,3	+ 0.002	— 0.005	- 2,5	+ 0.175	+ 0.092
F (4,0)	— 0.0554	+ 0.0164		— 4.461	— 0.322		+ 0.004	+ 0.019		+ 0.030	+ 0.087
G (5,0)	+ 0.0033	— 0.0013									
H (3,0)	+ 0.0557	— 0.0217	1,2	— 14.028	— 0.956	6,3	— 0.006	— 0.008	0,5	— 0.475	+ 0.306
F (5,0)	+ 0.0066	— 0.0037	2,2	+ 5.387	+ 0.108	7,3	—	—	1,5	+ 0.296	— 0.231
G (6,0)	+ 0.0001	+ 0.0004	0,2	+ 16.537	+ 1.332	5,3	+ 0.010	+ 0.018	- 1,5	+ 0.579	— 0.345
H (4,0)	— 0.0096	+ 0.0049		+ 7.896	+ 0.484		+ 0.004	+ 0.010		+ 0.400	— 0.270
- 4,1	+ 0.016	— 0.009	2,2	+ 15.769	+ 0.983	- 3,4	+ 0.025	— 0.002	1,5	+ 1.206	— 0.859
- 3,1	— 0.010	+ 0.011	3,2	— 4.534	— 0.249	- 2,4	— 0.035	— 0.003	2,5	— 0.607	+ 0.526
- 5,1	— 0.001	— 0.003	1,2	— 17.593	— 1.150	- 4,4	— 0.011	— 0.003	0,5	— 1.432	+ 0.993
	+ 0.005	— 0.001		— 6.358	— 0.416		— 0.021	— 0.008		— 0.833	+ 0.660
- 3,1	— 0.058	+ 0.054	3,2	+ 0.494	— 0.378	- 2,4	— 0.111	— 0.043	2,5	— 2.108	+ 1.870
- 2,1	+ 0.039	— 0.065	4,2	+ 0.439	+ 0.084	- 1,4	+ 0.118	+ 0.047	3,5	+ 0.861	— 0.918
- 4,1	— 0.006	+ 0.020	2,2	— 0.960	+ 0.459	- 3,4	+ 0.077	+ 0.058	1,5	+ 2.449	— 2.168
	— 0.025	+ 0.009		— 0.027	+ 0.165		+ 0.084	+ 0.062		+ 1.202	— 1.216
- 2,1	+ 0.296	— 0.111	4,2	+ 0.134	— 0.022	- 1,4	+ 0.218	+ 0.233	3,5	+ 2.304	— 2.849
- 1,1	— 0.152	+ 0.194	5,2	— 0.057	+ 0.018	0,4	— 0.205	— 0.183	4,5	— 0.861	+ 1.128
- 3,1	— 0.038	— 0.190	3,2	— 0.059	— 0.002	- 2,4	— 0.260	— 0.304	2,5	— 2.582	+ 3.258
	+ 0.106	— 0.107		+ 0.018	— 0.006		— 0.247	— 0.254		— 1.139	+ 1.537
- 1,1	— 0.246	+ 0.035	5,2	— 0.024	+ 0.001	0,4	— 0.839	— 0.864	4,5	— 1.105	+ 2.491
0,1	+ 0.385	— 0.596	6,2	+ 0.002	+ 0.001	1,4	+ 0.614	+ 0.503	5,5	+ 0.304	— 0.807
- 2,1	— 0.206	+ 0.989	4,2	+ 0.040	— 0.005	- 1,4	+ 0.993	+ 1.077	3,5	+ 1.311	— 2.839
	— 0.067	+ 0.428		+ 0.018	— 0.003		+ 0.768	+ 0.716		+ 0.510	— 1.155
0,1	— 0.016	+ 1.047	- 3,3	+ 0.003	+ 0.013	1,4	+ 2.575	+ 2.138	5,5	+ 0.056	— 0.747
1,1	— 0.419	+ 1.012	- 2,3	— 0.001	— 0.023	2,4	— 1.468	— 0.951	6,5	+ 0.010	+ 0.167
- 1,1	+ 0.596	— 2.996	- 4,3	+ 0.008	— 0.015	0,4	— 2.922	— 2.553	4,5	— 0.138	+ 0.940
	+ 0.161	— 0.937		+ 0.010	— 0.025		— 1.815	— 1.366		— 0.072	+ 0.360
1,1	+ 0.475	— 2.581	- 2,3	+ 0.045	— 0.113	2,4	— 4.744	— 3.192	6,5	— 0.046	— 0.135
2,1	0.000	— 0.715	- 1,3	— 0.047	+ 0.138	3,4	+ 2.046	+ 1.128	7,5	+ 0.016	+ 0.062
0,1	— 0.630	+ 4.356	- 3,3	— 0.082	+ 0.131	1,4	+ 5.488	+ 3.676	5,5	+ 0.043	+ 0.092
	— 0.155	+ 1.060		— 0.084	+ 0.156		+ 2.790	+ 1.612		+ 0.013	+ 0.019
2,1	— 0.455	+ 1.707	- 1,3	— 0.298	+ 0.600	3,4	+ 5.514	+ 2.206	7,5	— 0.008	— 0.021
3,1	+ 0.104	+ 0.034	0,3	+ 0.232	— 0.543	4,4	— 1.868	— 0.630	8,5	+ 0.004	+ 0.013
1,1	+ 0.419	— 2.282	- 2,3	+ 0.439	— 0.733	2,4	— 6.256	— 2.547	6,5	+ 0.004	+ 0.005
	+ 0.068	— 0.541		+ 0.373	— 0.676		— 2.610	— 0.971		0.000	— 0.003
3,1	— 0.006	— 0.420	0,3	+ 1.299	— 2.378	4,4	— 2.404	— 0.209	- 2,6	+ 0.001	+ 0.012
4,1	+ 0.020	+ 0.023	1,3	— 0.674	+ 1.527	5,4	+ 0.606	+ 0.011	- 1,6	— 0.002	— 0.016
2,1	+ 0.016	+ 0.539	- 1,3	— 1.697	+ 2.903	3,4	+ 2.882	+ 0.384	- 3,6	— 0.002	— 0.014
	+ 0.030	+ 0.142		— 1.072	+ 2.052		+ 1.084	+ 0.186		— 0.003	— 0.018
4,1	+ 0.018	+ 0.058	1,3	— 3.235	+ 6.336	5,4	— 0.219	+ 0.105	- 1,6	— 0.019	— 0.075
5,1	— 0.005	— 0.004	2,3	+ 1.199	— 2.949	6,4	+ 0.139	— 0.033	0,6	+ 0.018	+ 0.061
3,1	— 0.025	— 0.079	0,3	+ 3.850	— 7.503	4,4	+ 0.057	— 0.107	- 2,6	+ 0.021	+ 0.086
	— 0.012	— 0.025		+ 1.814	— 4.116		— 0.023	— 0.035		+ 0.020	+ 0.072
- 3,2	— 0.005	+ 0.015	2,3	+ 3.567	— 9.867	6,4	— 0.038	+ 0.014	0,6	+ 0.083	+ 0.244
- 2,2	+ 0.022	— 0.016	3,3	— 1.043	+ 3.519	7,4	+ 0.024	— 0.008	1,6	— 0.070	— 0.162
- 4,2	+ 0.018	+ 0.006	1,3	— 4.028	+ 11.286	5,4	+ 0.006	— 0.007	- 1,6	— 0.090	— 0.286
	+ 0.035	+ 0.005		— 1.504	+ 4.938		— 0.008	— 0.001		— 0.077	— 0.204

i, i'	c	s	i, i'	c	s	i, i'	c	s	i, i'	c	s
1,6	— 0.253	— 0.624	5,7	— 0.695	+ 0.710	- 1,9	+ 0.002	+ 0.001	4,10	— 0.042	+ 0.174
2,6	+ 0.176	+ 0.345	6,7	+ 0.227	— 0.255	0,9	— 0.004	— 0.006	5,10	+ 0.015	— 0.085
0,6	+ 0.289	+ 0.730	4,7	+ 0.802	— 0.807	- 2,9	— 0.005	— 0.003	3,10	+ 0.044	— 0.197
	+ 0.212	+ 0.451		+ 0.334	— 0.352		— 0.007	— 0.008		+ 0.017	— 0.108
2,6	+ 0.641	+ 1.201	6,7	+ 0.188	— 0.397	0,9	— 0.034	— 0.015	5,10	+ 0.008	— 0.230
3,6	— 0.359	— 0.552	7,7	— 0.045	+ 0.127	1,9	+ 0.024	+ 0.005	6,10	+ 0.005	+ 0.101
1,6	— 0.740	— 1.393	5,7	— 0.244	+ 0.451.	- 1,9	+ 0.033	+ 0.015	4,10	— 0.010	+ 0.257
	— 0.458	— 0.744		— 0.101	+ 0.181		+ 0.023	+ 0.005		+ 0.003	+ 0.128
3,6	— 1.204	— 1.613	7,7	+ 0.004	+ 0.035	1,9	+ 0.061	+ 0.025	6,10	+ 0.047	+ 0.221
4,6	+ 0.549	+ 0.626	8,7	— 0.006	— 0.005	2,9	— 0.035	— 0.010	7,10	— 0.025	— 0.085
2,6	+ 1.385	+ 1.848	6,7	+ 0.007	— 0.060	0,9	— 0.075	— 0.029	5,10	— 0.051	— 0.249
	+ 0.730	+ 0.861		+ 0.005	— 0.030		— 0.049	— 0.014		— 0.029	— 0.113
4,6	+ 1.525	+ 1.314	8,7	+ 0.007	+ 0.009	2,9	— 0.127	— 0.034	7,10	— 0.079	— 0.134
5,6	— 0.573	— 0.432	9,7	— 0.003	—	3,9	+ 0.071	+ 0.013	8,10	+ 0.032	+ 0.045
3,6	— 1.734	— 1.507	7,7	— 0.005	— 0.011	1,9	+ 0.152	+ 0.039	6,10	+ 0.086	+ 0.154
	— 0.782	— 0.625		— 0.001	— 0.002		+ 0.096	+ 0.018		+ 0.039	+ 0.065
5,6	— 1.042	— 0.466	- 1,8		+ 0.007	3,9	+ 0.256	+ 0.031	8,10	+ 0.049	+ 0.040
6,6	+ 0.323	+ 0.119	0,8		— 0.010	4,9	— 0.125	— 0.007	9,10	— 0.015	— 0.010
4,6	+ 1.199	+ 0.576	- 2,8		— 0.011	2,9	— 0.294	— 0.035	7,10	— 0.056	— 0.049
	+ 0.480	+ 0.229			— 0.014		— 0.163	— 0.011		— 0.022	— 0.019
6,6	+ 0.199	+ 0.002	0,8	— 0.002	— 0.058	4,9	— 0.377	+ 0.015	1,11	— 0.001	+ 0.005
7,6	— 0.033	+ 0.010	1,8	+ 0.003	+ 0.040	5,9	+ 0.165	— 0.022	2,11	+ 0.001	— 0.008
5,6	— 0.274	— 0.034	- 1,8	—	+ 0.068	3,9	+ 0.430	— 0.016	0,11	+ 0.003	+ 0.003
	— 0.108	— 0.022		+ 0.001	+ 0.050		+ 0.218	— 0.023		+ 0.003	0.000
7,6	+ 0.063	— 0.022	1,8	—	+ 0.144	5,9	+ 0.408	— 0.106	2,11	+ 0.024	+ 0.010
8,6	— 0.025	+ 0.007	2,8	— 0.003	— 0.085	6,9	— 0.157	+ 0.057	3,11	— 0.016	+ 0.001
6,6	— 0.053	+ 0.020	0,8	—	— 0.169	4,9	— 0.468	+ 0.117	1,11	— 0.023	— 0.022
	— 0.015	+ 0.005		— 0.003	— 0.110		— 0.217	+ 0.068		— 0.015	— 0.011
- 2,7	— 0.006		2,8	— 0.013	— 0.298	6,9	— 0.298	+ 0.174	3,11	— 0.044	— 0.041
- 1,7	+ 0.005		3,8	+ 0.018	+ 0.155	7,9	+ 0.099	— 0.075	4,11	+ 0.027	+ 0.017
- 3,7	— 0.002		1,8	+ 0.013	+ 0.350	5,9	+ 0.346	— 0.192	2,11	+ 0.048	+ 0.047
	— 0.003			+ 0.018	+ 0.207		+ 0.147	— 0.093		+ 0.031	+ 0.023
- 1,7	— 0.017	+ 0.002	3,8	+ 0.080	+ 0.515	7,9	+ 0.123	— 0.140	4,11	+ 0.079	+ 0.047
0,7	+ 0.008	— 0.004	4,8	— 0.056	— 0.235	8,9	— 0.035	+ 0.051	5,11	— 0.041	— 0.018
- 2,7	+ 0.033	— 0.001	2,8	— 0.093	— 0.593	6,9	— 0.148	+ 0.156	3,11	— 0.090	— 0.053
	+ 0.024	— 0.003		— 0.069	— 0.313		— 0.060	+ 0.067		— 0.052	— 0.024
0,7	+ 0.008	— 0.088	4,8	— 0.215	— 0.660	8,9	— 0.009	+ 0.045	5,11	— 0.122	— 0.040
1,7	— 0.051	+ 0.011	5,8	+ 0.109	+ 0.267	9,9	—	— 0.012	6,11	+ 0.056	+ 0.018
- 1,7	— 0.119	+ 0.007	3,8	+ 0.248	+ 0.758	7,9	+ 0.016	— 0.056	4,11	+ 0.138	+ 0.042
	— 0.082	+ 0.010		+ 0.142	+ 0.365		+ 0.007	— 0.023		+ 0.072	+ 0.020
1,7	— 0.268	+ 0.044	5,8	+ 0.346	+ 0.587	0,10	— 0.003	+ 0.003	6,11	+ 0.140	+ 0.030
2,7	+ 0.147	— 0.043	6,8	— 0.143	— 0.208	1,10	+ 0.008	— 0.004	7,11	— 0.057	— 0.016
0,7	+ 0.327	— 0.043	4,8	— 0.394	— 0.672	- 1,10	+ 0.004	— 0.002	5,11	— 0.160	— 0.026
	+ 0.206	— 0.042		— 0.191	— 0.293		+ 0.009	— 0.003		— 0.077	— 0.012
2,7	+ 0.601	— 0.149	6,8	— 0.324	— 0.304	1,10	+ 0.013	— 0.012	7,11	— 0.121	+ 0.001
3,7	— 0.301	+ 0.107	7,8	+ 0.112	+ 0.091	2,10	— 0.009	+ 0.012	8,11	+ 0.043	+ 0.006
1,7	— 0.695	+ 0.167	5,8	+ 0.369	+ 0.359	0,10	— 0.015	+ 0.014	6,11	+ 0.138	— 0.008
	— 0.395	+ 0.125		+ 0.157	+ 0.146		— 0.011	+ 0.014		+ 0.060	— 0.001
3,7	— 0.972	+ 0.385	7,8	+ 0.136	+ 0.057	2,10	— 0.028	+ 0.047	8,11	+ 0.057	— 0.019
4,7	+ 0.431	— 0.210	8,8	— 0.039	— 0.012	3,10	+ 0.015	— 0.030	9,11	— 0.017	+ 0.003
2,7	+ 1.101	— 0.438	6,8	— 0.162	— 0.078	1,10	+ 0.032	— 0.053	7,11	— 0.068	+ 0.021
	+ 0.560	— 0.263		— 0.065	— 0.033		+ 0.019	— 0.036		— 0.028	+ 0.005
4,7	+ 1.067	— 0.663	8,8	+ 0.004	+ 0.006	3,10	+ 0.039	— 0.108	9,11	— 0.004	+ 0.001
5,7	— 0.412	+ 0.288	9,8	— 0.005	— 0.003	4,10	— 0.016	+ 0.059	10,11	—	—
3,7	— 1.204	+ 0.755	7,8	+ 0.004	— 0.003	2,10	— 0.045	+ 0.120	8,11	+ 0.008	— 0.002
	— 0.549	+ 0.380		+ 0.003	0.000		— 0.022	+ 0.071		+ 0.004	— 0.001

i, i'	c	s	i, i'	c	s	i, i'	c	s	i, i'	c	s
2,12	+ 0.003	— 0.001	6,12	+ 0.031	— 0.048	3,13	—	+ 0.003	7,13	+ 0.029	+ 0.031
3,12	— 0.003	+ 0.001	7,12	— 0.014	+ 0.021	4,13	— 0.001	— 0.006	8,13	— 0.013	— 0.009
1,12	— 0.004	+ 0.001	5,12	— 0.034	+ 0.055	2,13	—	— 0.006	6,13	— 0.032	— 0.038
	— 0.004	+ 0.001		— 0.017	+ 0.028		— 0.001	— 0.009		— 0.016	— 0.016
3,12	— 0.022	+ 0.011	7,12	— 0.017	+ 0.058	4,13	— 0.0	— 0.019	8,13	— 0.026	— 0.021
4,12	+ 0.009	— 0.006	8,12	+ 0.006	— 0.023	5,13	+ 0.002	+ 0.009	9,13	+ 0.010	+ 0.006
2,12	+ 0.019	— 0.012	6,12	+ 0.019	— 0.064	3,13	+ 0.004	+ 0.023	7,13	+ 0.029	+ 0.024
	+ 0.006	— 0.007		+ 0.008	— 0.029		+ 0.003	+ 0.013		+ 0.013	+ 0.009
4,12	+ 0.025	— 0.015	8,12	—	— 0.043	5,13	+ 0.014	+ 0.027	9,13	+ 0.015	+ 0.001
5,12	— 0.011	+ 0.011	9,12	—	+ 0.015	6,13	— 0.008	— 0.013	10,13	— 0.005	—
3,12	— 0.030	+ 0.023	7,12	— 0.003	+ 0.049	4,13	— 0.015	— 0.031	8,13	— 0.017	— 0.003
	— 0.016	+ 0.019		— 0.003	+ 0.021		— 0.009	— 0.017		— 0.007	— 0.002
5,12	— 0.030	+ 0.031	9,12		+ 0.016	6,13	— 0.022	— 0.034			
6,12	+ 0.013	— 0.016	10,12		— 0.004	7,13	+ 0.011	+ 0.016			
4,12	+ 0.035	— 0.038	8,12		— 0.021	5,13	+ 0.026	+ 0.038			
	+ 0.018	— 0.023			— 0.009		+ 0.015	+ 0.020			
½T (0,0)		+ 0.3587	4,1	— 0.101	+ 0.011	1,3	+ 0.054	+ 0.150	0,5	— 0.057	— 0.073
U (1,0)	— 0.2672	— 0.3587	5,1	— 0.033	+ 0.005	2,3	+ 0.974	+ 0.441	1,5	+ 0.135	+ 0.224
			3,1	+ 0.134	— 0.016	0,3	— 1.028	— 0.591	- 1,5	— 0.078	— 0.151
T (1,0)	+ 0.0295	— 0.1863	- 3,2	— 0.061	— 0.065	2,3	— 0.453	— 0.205	1,5	+ 0.071	+ 0.042
U (2,0)	+ 0.2531	+ 0.9502	- 2,2	+ 0.190	+ 0.094	3,3	— 0.340	— 0.063	2,5	— 0.243	— 0.310
V (0,0)	— 0.2826	— 0.7639	- 4,2	— 0.129	— 0.029	1,3	+ 0.793	+ 0.268	0,5	+ 0.172	+ 0.268
T (2,0)	— 0.0783	— 0.3102	- 2,2	— 0.054	+ 0.244	3,3	+ 0.270	+ 0.035	2,5	— 0.019	+ 0.052
U (3,0)	— 0.1260	— 0.4453	- 1,2	— 0.153	— 0.399	4,3	— 0.259	— 0.030	3,5	+ 0.302	+ 0.262
V (1,0)	+ 0.2043	+ 0.7555	- 3,2	+ 0.207	+ 0.155	2,3	— 0.011	— 0.005	1,5	— 0.283	— 0.314
T (3,0)	+ 0.0469	+ 0.1767	- 1,2	+ 0.215	— 0.538	4,3	+ 0.081	+ 0.015	3,5	— 0.090	— 0.109
U (4,0)	+ 0.0396	+ 0.1130	0,2	— 0.142	+ 1.153	5,3	+ 0.151	+ 0.001	4,5	— 0.194	— 0.089
V (2,0)	— 0.0865	— 0.2897	- 2,2	— 0.073	— 0.615	3,3	— 0.232	— 0.016	2,5	+ 0.284	+ 0.198
T (4,0)	— 0.0156	— 0.0472	0,2	— 0.152	+ 0.335	- 2,4	+ 0.050	— 0.034	4,5	+ 0.108	+ 0.053
U (5,0)	— 0.0105	— 0.0218	1,2	+ 0.459	— 1.879	- 1,4	— 0.093	+ 0.051	5,5	+ 0.004	— 0.024
V (3,0)	+ 0.0261	+ 0.0690	- 1,2	— 0.307	+ 1.544	- 3,4	+ 0.043	— 0.017	3,5	— 0.112	- 0.029
T (5,0)	+ 0.0045	+ 0.0095	1,2	— 0.077	+ 0.696	- 1,4	— 0.094	+ 0.103	5,5	+ 0.088	+ 0.007
U (6,0)	+ 0.0019	+ 0.0029	2,2	— 0.391	+ 1.167	0,4	+ 0.225	— 0.186	6,5	— 0.053	+ 0.016
V (4,0)	— 0.0064	— 0.0024	0,2	+ 0.468	— 1.863	- 2,4	— 0.131	+ 0.083	4,5	— 0.035	— 0.023
- 3,1	+ 0.113	+ 0.053	2,2	+ 0.113	— 0.756	0,4	+ 0.103	— 0.149	0,6	— 0.051	+ 0.017
- 2,1	— 0.169	— 0.084	3,2	+ 0.183	+ 0.364	1,4	— 0.394	+ 0.421	1,6	+ 0.103	— 0.029
- 4,1	+ 0.056	+ 0.031	1,2	— 0.296	+ 0.392	- 1,4	+ 0.291	— 0.272	- 1,6	— 0.052	+ 0.012
- 2,1	— 0.279	— 0.104	3,2	— 0.065	— 0.057	1,4	+ 0.008	+ 0.088	1,6	+ 0.048	— 0.033
- 1,1	+ 0.551	+ 0.234	4,2	— 0.081	— 0.387	2,4	+ 0.436	— 0.591	2,6	— 0.187	+ 0.077
- 3,1	— 0.272	— 0.130	2,2	+ 0.146	+ 0.444	0,4	— 0.444	+ 0.503	0,6	+ 0.139	— 0.044
- 1,1	+ 0.202	+ 0.027	4,2	+ 0.039	+ 0.163	2,4	— 0.154	+ 0.124	2,6	— 0.001	+ 0.032
0,1	— 0.969	— 0.334	5,2	+ 0.002	+ 0.077	3,4	— 0.223	+ 0.483	3,6	+ 0.208	- 0.133
- 2,1	+ 0.767	+ 0.307	3,2	— 0.041	— 0.240	1,4	+ 0.377	— 0.607	1,6	— 0.207	+ 0.101
0,1	+ 0.462	+ 0.097	- 3,3	— 0.048	— 0.026	3,4	+ 0.115	— 0.249	3,6	— 0.057	+ 0.006
1,1	+ 0.524	+ 0.200	- 2,3	+ 0.098	+ 0.044	4,4	— 0.005	— 0.075	4,6	— 0.130	+ 0.142
- 1,1	— 0.986	— 0.297	- 4,3	— 0.050	— 0.018	2,4	— 0.110	+ 0.324	2,6	+ 0.187	— 0.148
1,1	— 0.658	— 0.054	- 2,3	+ 0.100	+ 0.080	4,4	— 0.003	+ 0.085	4,6	+ 0.060	— 0.052
2,1	+ 0.670	— 0.075	- 1,3	— 0.233	— 0.146	5,4	+ 0.024	— 0.132	5,6	+ 0.027	— 0.068
0,1	— 0.012	+ 0.129	- 3,3	+ 0.133	+ 0.066	3,4	— 0.021	+ 0.047	3,6	— 0.087	+ 0.120
2,1	— 0.054	+ 0.010	- 1,3	— 0.206	— 0.158	5,4	— 0.010	+ 0.047	5,6	— 0.016	+ 0.016
3,1	— 0.827	+ 0.072	0,3	+ 0.519	+ 0.372	6,4	— 0.002	+ 0.059	6,6	+ 0.014	+ 0.013
1,1	+ 0.881	— 0.082	- 2,3	— 0.313	— 0.214	4,4	+ 0.012	— 0.106	4,6	+ 0.002	— 0.029
3,1	+ 0.326	— 0.026	0,3	+ 0.239	+ 0.103	- 1,5	+ 0.031	+ 0.055	6,6	— 0.005	0.000
4,1	+ 0.231	— 0.027	1,3	— 0.908	— 0.585	0,5	— 0.051	— 0.112	7,6	— 0.004	+ 0.025
2,1	— 0.557	+ 0.053	- 1,3	+ 0.669	+ 0.482	- 2,5	+ 0.020	+ 0.057	5,6	+ 0.009	— 0.025

i, i'	c	s	i, i'	c	s	i, i'	c	s	i, i'	c	s
1,7	— 0.009	— 0.036	5,7	+ 0.024	+ 0.024	4,8	— 0.015	— 0.007	3,9	+ 0.003	+ 0.008
2,7	+ 0.014	+ 0.093	6,7	+ 0.034	+ 0.011	5,8	— 0.062	+ 0.039	4,9	0.000	— 0.043
0,7	— 0.005	— 0.057	4,7	— 0.058	— 0.035	3,8	+ 0.077	— 0.032	2,9	— 0.003	+ 0.035
2,7	+ 0.016	+ 0.018	1,8	— 0.019	0.000	5,8	+ 0.022	— 0.010	4,9	— 0.006	— 0.000
3,7	— 0.038	— 0.128	2,8	+ 0.040	+ 0.004	6,8	+ 0.026	— 0.029	5,9	+ 0.011	+ 0.045
1,7	+ 0.022	+ 0.110	0,8	— 0.021	— 0.004	4,8	— 0.048	+ 0.039	3,9	— 0.005	— 0.045
3,7	— 0.017	+ 0.016	2,8	+ 0.018	— 0.006	6,8	— 0.012	+ 0.012	5,9	+ 0.004	— 0.010
4,7	+ 0.067	+ 0.113	3,8	— 0.070	+ 0.004	7,8	— 0.004	+ 0.005	6,9	— 0.017	— 0.030
2,7	— 0.050	— 0.129	1,8	+ 0.052	+ 0.002	5,8	+ 0.016	— 0.017	4,9	+ 0.013	+ 0.040
4,7	— 0.003	— 0.037	3,8	— 0.004	+ 0.012	2,9	+ 0.001	— 0.012	6,9	+ 0.004	+ 0.012
5,7	— 0.071	— 0.058	4,8	+ 0.081	— 0.023	3,9	— 0.005	+ 0.030	7,9	+ 0.012	+ 0.011
3,7	+ 0.074	+ 0.095	2,8	— 0.077	+ 0.011	1,9	+ 0.004	— 0.018	5,9	— 0.016	— 0.023

Für die folgenden Entwicklungen werden die aus dem Verhältnis der mittleren täglichen Bewegungen der beiden Himmelskörper $\nu = 0.2410003$ gebildeten Integrationsfaktoren gebraucht, deren Logarithmen nachstehende Tabelle gibt:

$\log \frac{1}{i - i'\nu}$

i'	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	9.2806 n	9.3725 n	9.4893 n	9.6496 n	9 9062 n	0.61798 n	0.11976	9.7547	9.5592	9.4249	9.3225				
2		9.3485 n	9.4582 n	9.6052 n	9.8292 n	0.31695 n	0.28567	9.8187	9.5989	9.4537	9.3450	9.2582			
3		9.3258 n	9.4291 n	9.5650 n	9.7637 n	0.14086 n	0.55752	9.8938	9.6426	9.4845	9.3689	9.2776			
4		9.3042 n	9.4019 n	9.5291 n	9.7069 n	0.01592 n	1.44371	9.98464	9.6912	9.5177	9.3940	9.2979	9.2192		
5		9.2836 n	9.3762 n	9.4942 n	9.6566 n	9.9190 n	0.68825 n	0.09963	9.7459	9.5536	9.4208	9.3192	9.2370	9.1678	
6			9.3520 n	9.4627 n	9.6115 n	9.8398 n	0.35067 n	0.25649	9.8085	9.5928	9.4493	9.3416	9.2554	9.1835	
7			9.3291 n	9.4333 n	9.5707 n	9.7729 n	0.16304 n	0.50446	9.8817	9.6358	9.4798	9.3652	9.2747	9.1998	
8			9.3073 n	9.4058 n	9.5334 n	9.7149 n	0.03245 n	1.14268	9.9698	9.6836	9.5126	9.3902	9.2948	9.2167	9.1505
9				9.3800 n	9.4991 n	9.6637 n	9.9322 n	0.77211 n	0.08040	9.7373	9.5481	9.4167	9.3160	9.2343	9.1655
10					9.4673 n	9.6180 n	9.8508 n	0.38722 n	0.22915	9.7986	9.5867	9.4449	9.3382	9.2526	9.1811
11						9.5766 n	9.7823 n	0.18642 n	0.45717	9.8700	9.6291	9.4751	9.3616	9.2717	9.1973
12							9.7231 n	0.04964 n	0.96658	9.9555	9.6761	9.5075	9.3864	9.2918	9.2141
13								9.9458 n	0.87615 n	0.06198	9.7289	9.5426	9.4126	9.3127	9.2316

Wie leicht ersichtlich ist, erfahren die Glieder, welche mit dem Faktor $\frac{1}{1 - 4\nu}$ multipliziert werden, die bei weitem stärkste Vergrößerung bei der Integration; aber auch einige Glieder in den Gruppen $i' = 8$ und $i' = 12$ werden beträchtlich vergrößert und mußten deswegen bei der Entwicklung der Differentialquotienten der Störungsfunktion mit besonderer Sorgfalt berechnet werden.

Die Wiedergabe der weiteren, zur Integration erforderlichen Rechnungen möge hier unterbleiben. Die Endwerte der Störungen, vorläufig ohne Berücksichtigung der Integrationskonstanten, stellen sich mit dem Argumente $[(i - i'\nu)E - i'(M_0' - \nu M_0)]$ schließlich in folgender Form dar:

$\mu \delta z$			ν			$\frac{r\,d\,s}{a \cos i}$		
i, i'	cos	sin	i, i'	cos	sin	i, i'	cos	sin
0,0	$-5''.6946\ \mu t$		0,0	$-0''.0682\ \mu t$		0,0	$-0''.1$	
1,0	+ 0.4	+ 5.8	1,0	— 1.4	+ 0.1	0,0	$+ 0.3586\ \mu t$	
1,0	$-3.5820\ \mu t$	$+ 0.2584\ \mu t$	1,0	$-0.1452\ \mu t$	$-1.7910\ \mu t$	1,0	+ 0.2	+ 0.5
2,0	0.0	— 1.1	2,0	+ 0.2		1,0	$-0.7539\ \mu t$	$+ 0.2826\ \mu t$
2,0	$+ 0.4205\ \mu t$	$-0.0726\ \mu t$				2,0	+ 0.1	+ 0.3
- 2,1	— 0.2	— 0.1				- 2,1	— 0.2	— 0.1
- 1,1	+ 1.7	+ 0.9	- 1,1	+ 0.7	— 1.2	- 1,1	+ 3.5	+ 1.2
0,1	+ 16.9	+ 5.9	0,1	+ 0.2	+ 2.2	0,1	— 0.4	+ 0.1
1,1	+ 28.0	+ 4.5	1,1	— 1.7	+ 11.6	1,1	— 0.4	— 0.6
2,1	— 1.8	— 2.4	2,1	— 0.2	+ 0.8	2,1	+ 0.8	— 0.1
3,1	— 0.2					3,1	— 0.1	
- 2,2		— 0.2				- 2.2	+ 0.1	+ 0.1
- 1,2	+ 0.1	— 0.5	- 1,2	+ 0.5	— 0.1	- 1.2	+ 0.2	— 1.8
0.2	+ 1.9	— 4.3	0,2	+ 10.6	+ 0.4	0.2	+ 1.4	— 5.4
1,2	+ 8.0	— 94.7	1,2	+ 36.6	+ 2.8	1.2	— 1.4	+ 6.0
2.2	+ 0.4	— 7.7	2,2	+ 10.6	+ 0.7	2.2	— 0.4	+ 0.4
3,2	— 0.2	+ 2.2	3,2	+ 0.2		3,2	+ 0.1	+ 0.2
- 2,3	— 0.1					- 2,3	+ 0.1	
- 1,3	— 0.6	— 0.3	- 1,3		— 0.2	- 1,3	— 0.5	— 0.3
0,3	— 0.4	— 0.8	0,3	+ 2.4	— 5.0	0,3	— 4.0	— 2.5
1,3	— 76.4	— 44.9	1,3	+ 11.3	— 22.9	1,3	+ 2.4	+ 1.7
2,3	— 22.0	— 6.7	2,3	+ 5.5	— 15.4	2,3	+ 2.3	+ 0.8
3,3	+ 5.2	+ 1.5	3,3	— 0.2	+ 1.2			
4,3	— 0.3	— 0.1						
- 1,4	— 1.6	+ 2.0				- 1,4	— 0.1	+ 0.1
0,4	— 0.1	— 0.2	0,4	— 9.1	— 7.6	0,4	— 11.2	+ 12.0
1,4	— 955.1	+ 947.5	1,4	— 61.8	— 49.6	1,4	+ 1.1	+ 1.4
2,4	— 82.6	+ 128.0	2,4	— 73.1	— 49.0	2,4	— 10.2	— 16.5
3.4	+ 12.3	— 19.2	3,4	+ 1.4	+ 0.6	3,4	— 0.1	+ 0.2
4,4	— 0.2	+ 0.6	4,4	— 0.2				
- 1,5	— 0.1	— 0.2						
0,5	+ 0.1	0.0	0,5	+ 0.5	— 0.4	0,5	— 0.6	— 1.0
1,5	+ 4.3	+ 9.0	1,5	+ 4.8	— 3.6	1,5	— 0.8	— 0.8
2,5	— 13.6	— 15.5	2,5	+ 7.8	— 6.9	2,5	+ 1.5	+ 1.8
3,5	— 0.1	+ 0.5	3,5	+ 0.8	— 1.0	3,5	+ 0.2	+ 0.2
4,5	+ 0.6	+ 0.3	4,5	— 0.1	+ 0.2			
5,5	— 0.1							
1,6	+ 0.6	— 0.1	0,6		— 0.1	0,6	— 0.2	+ 0.1
2,6	— 7.2	+ 3.6	1,6	— 0.6	— 1.2	1,6	— 0.6	+ 0.2
3,6	— 1.0	+ 1.0	2,6	— 1.7	— 3.2	2,6	+ 0.6	— 0.2
4,6	+ 0.5	— 0.5	3,6	— 0.8	— 1.0	3,6	+ 0.2	— 0.2
5,6	— 0.1	+ 0.1	4,6	+ 0.2	+ 0.2			
2,7	+ 1.0	+ 5.9	1,7	— 0.5	+ 0.1	1,7	+ 0.1	+ 0.4
3,7	+ 0.9	+ 1.9	2,7	— 2.0	+ 0.5	2,7		— 0.2
4,7	— 0.3	— 0.6	3,7	— 1.2	+ 0.5	3,7	— 0.2	— 0.4
5,7	+ 0.1	+ 0.1	4,7	+ 0.2	— 0.1			
1,8	— 0.2		1,8		+ 0.7	1,8	+ 0.6	+ 0.1
2,8	+ 31.0	+ 1,7	2,8	+ 0.2	+ 3.6	2,8	+ 0.1	— 0.1
3,8	+ 6.5	— 1,2	3,8	+ 0.6	+ 3.8	3,8	— 1.0	+ 0.2
4,8	— 1.1	+ 0,2	4,8		— 0.2			
5,8	+ 0.1	— 0,1						
1,9		— 0.2						
2,9	+ 1.1	— 4.2	2,9	— 0.6	— 0.2	2,9		+ 0.1
3,9	— 0.3	+ 2.4	3,9	— 1.1	— 0.2	3,9		— 0.2
4,9		+ 0.2	4,9	— 0.2				
5,9		— 0.1						
2,10	— 0.3	— 0.2	2,10		+ 0.1			
3,10	+ 0.7	+ 0.3	3,10	— 0.1	+ 0.3			
4,10	+ 0.2		4,10		+ 0.1			
2,11		+ 0.1						
3,11	+ 0.5	— 0.5	3,11	+ 0.2	+ 0.1			
4,11	+ 0.1	— 0.2	4,11	+ 0.1				
3,12	— 1.0	— 2.0	3,12	+ 0.2	— 0.1			
4,12	— 0.2	— 0.2	4,12	+ 0.1	— 0.1			
3,13	— 0.2							
4,13	+ 0.2		4,13		+ 0.1			

§ 5. Bestimmung der Integrationskonstanten.

Es ist jetzt noch die Bildung der durch die Integration eingeführten Konstanten erforderlich. Die vollständigen Werte für die Störungen lauten:

$$\mu \cdot z = M_0 + \left(1 + k - \frac{e}{2} k_1\right) \mu t + \left(1 - \frac{e^2}{2}\right) k_1 \sin E - k_2 \cos E - \frac{e}{4} k_1 \sin 2E + \frac{e}{4} k_2 \cos 2E + (\mu\, \delta z)$$

$$\nu = C - \frac{k_2}{2} \sin E - \frac{k_1}{2} \cos E + (\nu)$$

$$\frac{r\, ds}{a \cos i} = -e\, l_1 + l \sin E + l_1 \cos E + \left(\frac{r\, ds}{a \cos i}\right),$$

wo die am Schluß jedes Ausdrucks auftretende, in Klammern gesetzte Größe den bisherigen, ohne Berücksichtigung der Konstanten berechneten Störungsbetrag angibt.

Die sechs Konstanten M_0, k, k_1, k_2, l_1, l_2 sowie die abhängige Konstante C lassen sich durch die Gleichungen darstellen:

$$M_0 = (M_0)_0 - (\mu\, \delta z)_0 - k_1 \left\{\frac{2 - e^2}{2} \sin E_0 - \frac{e}{2} \sin E_0 \cos E_0\right\} + k_2 \left\{\frac{e}{4} + \cos E_0 - \frac{e}{2} \cos^2 E_0\right\}$$

$$k = -\left(\frac{d\, \delta z}{dt}\right)_0 + 2 \left(\frac{d\nu}{dE}\right)_0 \cdot \frac{e \sin E_0}{1 - e \cos E_0} + \left\{4 \left(\frac{d\, \delta z}{dt}\right)_0 + 6\, (\nu)_0 - 3\, Z\right\} \cdot \frac{1}{1 - e \cos E_0}$$

$$k_1 = -2 \left(\frac{d\nu}{dE}\right)_0 \cdot \frac{\sin E_0}{1 - e \cos E_0} - \left\{4 \left(\frac{d\, \delta z}{dt}\right)_0 + 6\, (\nu)_0 - 3\, Z\right\} \cdot \frac{\cos E_0}{1 - e \cos E_0}$$

$$k_2 = 2 \left(\frac{d\nu}{dE}\right)_0 \cdot \frac{\cos E_0 - e}{1 - e \cos E_0} - \left\{4 \left(\frac{d\, \delta z}{dt}\right)_0 + 6\, (\nu)_0 - 3\, Z\right\} \cdot \frac{\sin E_0}{1 - e \cos E_0}$$

$$l = -\left(\frac{r\, ds}{a \cos i}\right)_0 \cdot \frac{\sin E_0}{1 - e \cos E_0} - \left(\frac{d \dfrac{r\, ds}{a \cos i}}{dE}\right)_0 \cdot \frac{\cos E_0 - e}{1 - e \cos E_0}$$

$$l_1 = -\left(\frac{r\, ds}{a \cos i}\right)_0 \cdot \frac{\cos E_0}{1 - e \cos E_0} + \left(\frac{d \dfrac{r\, ds}{a \cos i}}{dE}\right)_0 \cdot \frac{\sin E_0}{1 - e \cos E}$$

$$C = -\frac{1}{6} (4k + e\, k_1 + 3\, Z),$$

wo

$$Z = P\,(0, c) - \frac{e}{2} H\,(0, c)$$

ist und alle mit dem Index 0 versehenen Größen für den Zeitpunkt $t = 0$ gelten, d. h. die zur Berechnung der Konstanten notwendigen Größen sind für den Zeitpunkt der Oskulationsepoche zu bestimmen.

Für diesen Zeitmoment erhielt ich mit Hilfe der Werte

$$M_0 = 356^0\ 42'\ 36''.9 \qquad E_0 = 353^0\ 48'\ 34''.9 \qquad M_0' = 135^0\ 4'\ 2''.9,$$

die in die Argumente der Störungsglieder einzuführen sind, nachstehende Störungsbeträge für die Hansenschen Koordinaten nebst ihren Differentialquotienten:

$$(\mu\, \delta z)_0 = +\ 967''.1 \qquad \left(\frac{d\, \delta z}{dt}\right)_0 = -\ 318''.0$$

$$2\, (\nu)_0 = +\ 377''.4 \qquad 2 \left(\frac{d\nu}{dE}\right)_0 = +\ 18''.2$$

$$\left(\frac{r\, ds}{a \cos i}\right)_0 = -\ 7''.0 \qquad \left(\frac{d \dfrac{r\, ds}{a \cos i}}{dE}\right)_0 = +\ 39''.3.$$

Als Integrationskonstanten ergaben sich die Werte

$$M_0 = 356^\circ\ 26'\ 40''.0 \qquad l = -\ 40''.0$$
$$k = +\ 77''.4 \qquad l_1 = +\ 5''.1$$
$$k_1 = +\ 241''.2 \qquad C = -\ 68''.4,$$
$$k_2 = -\ 7''.8$$

sodaß sich nach Vereinigung dieser Konstanten mit den bisherigen Störungskoeffizienten die zu $i' = 0$ gehörigen Glieder in der Form darstellen ließen:

$$\mu \cdot z = 356^\circ\ 26'\ 40''.0 + 500''.01015\ t + 8''.2 \cos E + 220''.4 \sin E - 3''.5820\ \mu t \cos E + 0''.2584\ \mu t \sin E - 0''.9 \cos 2E - 29''.4 \sin 2E + 0''.4205\ \mu t \cos 2E - 0''.0726\ \mu t \sin 2E$$

$$\nu = -\ 68''.4 - 0''.0682\ \mu t - 122''.0 \cos E + 4''.0 \sin E - 0''.1452\ \mu t \cos E - 1''.7910\ \mu t \sin E + 0''.2 \cos 2E$$

$$\frac{r\,ds}{a \cos i} = -\ 2''.6 + 0''.3586\ \mu t + 5''.3 \cos E - 39''.5 \sin E - 0''.7639\ \mu t \cos E + 0''.2826\ \mu t \sin E + 0''.1 \cos 2E + 0''.3 \sin 2E.$$

Diese Glieder geben in Verbindung mit den bereits angeführten periodischen Gliedern die vollständigen Werte für die Störungen erster Ordnung. Da der als Faktor von t im Ausdruck von $\mu \cdot z$ auftretende wahre Wert der mittleren Bewegung von dem oskulierenden nur um den Betrag + 0.0365 abweicht, so habe ich eine durch Änderung der Integrationsfaktoren etwa notwendige Verbesserung der Störungskoeffizienten vorläufig nicht für erforderlich gehalten.

Die Genauigkeit des erlangten Resultats ist, wie schon in der Einleitung angedeutet wurde, etwa bis zu einer Bogensekunde verbürgt. Mein Bestreben, eine größere Genauigkeit zu erzielen, scheiterte an der Notwendigkeit der Mitnahme einer sehr großen Zahl weiterer Glieder; angesichts der in der Zusammensetzung immer komplizierter und in der Konvergenz immer schwächer werdenden allgemeinen Entwicklung würde die erforderliche Rechenarbeit nicht mehr zu leisten gewesen sein.

Die Untersuchung hat gezeigt, daß das vorliegende Formelmaterial die Durchführung allgemeiner Kometenstörungen in einfacheren Fällen noch gestattet, doch ist wohl nicht zu verkennen, daß die Rechnung in der Regel mit vieler Mühe verknüpft ist und für das praktische Bedürfnis kaum lohnend erscheint. Ehe daher die mathematische Analyse nicht neue Wege geebnet hat, die kürzer zum Ziele führen, wird man auch weiterhin wie bisher auf ausgedehnte Anwendung der Methoden der speziellen Störungsrechnung zurückgreifen müssen.

Lebenslauf.

Ich, Johannes Carl Eduard Wendt, wurde am 17. September 1881 als Sohn des Kaufmanns Otto Wendt zu Danzig geboren und evangelisch getauft. Nach dem Tode meines Vaters im Jahre 1887 verzog ich mit meiner Mutter nach Stadtoldendorf in Braunschweig und erhielt in der dortigen Bürgerschule den ersten Unterricht. Ostern 1900 verließ ich das Realgymnasium zu Braunschweig mit dem Reifezeugnis, um bis Ostern 1902 an der Universität Göttingen Mathematik und Naturwissenschaften zu studieren. Meine Lehrer waren dort die Herren Baumann, Bohlmann, Müller, Peipers, Rehnisch, Riecke, Rhumbler, Schilling, Schur, Sommer. Während dieser Zeit absolvierte ich vom 1. April 1900 bis zum 1. April 1901 meine Dienstpflicht als Einjährig-Freiwilliger beim Infanterie-Regiment Nr. 82. Ostern 1902 bezog ich die Universität Berlin, wo ich mich speziell dem Studium der Astronomie widmete und bis Ostern 1906 die Vorlesungen der Herren Assmann, Bauschinger, Battermann, v. Bezold, Eggert, Förster, Frobenius, Helmert, Hettner, Knoblauch, Landau, Lasson, Marcuse, Martens, Pringsheim, Ristenpart, Scheiner, Schottky, Schwarz, Struve, Stumpf, Weinstein hörte. Auch beteiligte ich mich an den seminaristischen Übungen der Herren Bauschinger, Förster und Struve und besuchte Vorlesungen der Herren Groos und Jahnke an der Technischen Hochschule in Charlottenburg. Insbesondere den Herren Bauschinger, Planck und Struve fühle ich mich für die mir in ihren Vorlesungen und Übungen zuteil gewordene Anregung zu aufrichtigstem Danke verpflichtet.

Vom 1. Februar 1905 bis zum 1. Mai 1906 war ich Assistent am Königlichen Meteorologischen Institut in Berlin und ging sodann als wissenschaftlicher Hilfsarbeiter an die Deutsche Seewarte in Hamburg, wo ich zunächst in der Abteilung für den öffentlichen Wetterdienst beschäftigt wurde, während ich zurzeit meine Tätigkeit an der Drachenstation der Seewarte in Grossborstel habe.

Die Promotionsprüfung habe ich am 14. November 1907 bestanden.